

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



TRABAJO FIN DE GRADO

**ESTIMACIÓN DEL FACTOR DE REFUERZO
TRANSVERSAL EN MATERIALES COMPUESTOS
CON DIFERENTES GEOMETRÍAS DE FIBRAS**

Autor: Rafael Rebollo Rayo

Tutor: Miguel Marco Esteban

Fecha: Julio 2017

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer a mis padres su esfuerzo, comprensión y apoyo en todo momento facilitando siempre el camino.

A Joseth, por toda la ayuda prestada y la paciencia incondicional durante el desarrollo de este proyecto.

Finalmente, a mi tutor, Miguel Marco, por su ayuda constante y compromiso que han permitido sacar adelante este proyecto.

RESUMEN

Las ecuaciones de Halpin-Tsai se utilizan para calcular algunas constantes elásticas de materiales compuestos. En estas ecuaciones se encuentra presente un parámetro denominado factor de refuerzo, el cual depende de la geometría, distribución y porcentaje de la fibra.

En este proyecto se ha realizado una estimación del factor de refuerzo transversal en materiales compuestos con diferentes geometrías de fibras. En concreto, se han estudiado fibras largas unidireccionales de sección circular, triangular, cuadrada, pentagonal y hexagonal en un material laminado unidireccional con una distribución cuadrada y hexagonal de la fibra.

Para obtener el factor de refuerzo de cada combinación ha sido necesario automatizar el problema generando un script en lenguaje Python. Este script se puede lanzar en el programa Abaqus/CAE para realizar las simulaciones de los diferentes casos empleando el método de los elementos finitos y, posteriormente, tras haber implementado las ecuaciones de Halpin-Tsai en el script, obtener el factor de refuerzo.

Tras obtener los resultados de cada combinación, se ha realizado un análisis de tendencia de los valores y se ha propuesto una ecuación del factor de refuerzo en función del porcentaje de fibra para cada caso. De esta forma se pretende que, aplicando estas ecuaciones en las de Halpin-Tsai, el cálculo de las constantes elásticas de un material compuesto sea más preciso.

ABSTRACT

The Halpin-Tsai equations are used to calculate some elastic constants of composite materials. In these equations, there is a parameter called reinforcement factor, which depends on the geometry, the distribution and the volumen fraction of the fiber.

In this project an estimation of the transversal reinforcement factor has been made in composite materials with different fiber geometries. In particular, unidirectional continuous fibers of circular, triangular, square, pentagonal and hexagonal sections have been studied in a unidirectional laminated material with square and hexagonal distribution of the fiber.

In order to obtain the reinforcement factor for each combination it was needed to systematize the problem generating a script in Python language. This script can be launched in Abaqus / CAE program to perform the simulations for different cases using the finite element method and, after having implemented the Halpin-Tsai equations in the script, obtain the reinforcement factor.

After obtaining the results for each combination, an analysis of the tendency for the values has been made. An equation of the reinforcement factor has been proposed as a function of the volume fraction for each case. Applying these equations in the Halpin-Tsai, the calculation of the elastic constants of a composite material is intended to be more accurate.

CONTENIDO

Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Motivación.....	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Estructura del proyecto	5
Capítulo 2. Teoría de Materiales Compuestos.....	6
2.1 Introducción	7
2.2 Clasificación y características.....	8
2.2.1 Según el tipo de matriz	8
2.2.1.1 Compuestos de matriz polimérica o PMCs.....	8
2.2.1.2 Compuestos de matriz metálica o MMCs.....	9
2.2.1.3 Compuestos de matriz cerámica o CMCs	10
2.2.2 Según el tipo de refuerzo	11
2.2.2.1 Refuerzo con partículas y plaquetas.....	11
2.2.2.2 Refuerzo con fibras.....	12
2.2.3 Materiales compuestos estructurales	15
2.2.4 Interfase entre matriz y refuerzo	17
2.3 Material compuesto epoxi-carbono	18
2.4 Lámina unidireccional con fibras continuas	20
2.4.1 Módulo de Young transversal, E_2	20
2.4.2 Módulo de cortadura, G_{12}	22
2.4.3 Ecuaciones de Halpin-Tsai.....	24
Capítulo 3. Problema a Resolver	28
3.1 Aplicación de las ecuaciones de Halpin-Tsai	29
3.2 Obtención de E_2	30
3.3 Obtención del factor de refuerzo, ζ	34
Capítulo 4. Generación del Script	35

4.1	Introducción	36
4.2	FEA Software: Abaqus	37
4.2.1	Método de los Elementos Finitos o MEF	37
4.2.2	Abaqus UNIFIED FEA	38
4.2.3	El script de Abaqus	39
4.3	Editor de códigos: Brackets	41
4.4	Lenguaje de programación: Python	42
4.5	Desarrollo del modelo numérico	43
4.5.1	Módulo Part: Sketch	44
4.5.1.1	Desarrollo de la geometría del cuadrilátero	44
4.5.1.2	Desarrollo de la geometría de la fibra	45
4.5.2	Módulo Property	50
4.5.3	Módulos Assembly y Step	52
4.5.4	Módulo Load	52
4.5.5	Módulo Mesh	54
4.5.5.1	Análisis de sensibilidad del mallado	55
4.5.6	Módulo Job y tratamiento del archivo ODB	57
4.5.7	Cálculo de E_2	59
4.5.8	Cálculo del factor de refuerzo	60
4.5.9	Fichero de resultados	62
Capítulo 5.	Resultados	63
5.1	Introducción	64
5.2	Fibra circular	67
5.3	Fibra triangular	70
5.4	Fibra cuadrada	72
5.5	Fibra pentagonal	74
5.6	Fibra hexagonal	76

5.7 Comparativa del factor de refuerzo transversal de las diferentes geometrías de fibra	78
Capítulo 6. Conclusiones y Trabajos Futuros.....	80
6.1 Conclusiones	81
6.2 Trabajos futuros.....	82
Capítulo 7. Planificación Temporal y Presupuesto.....	83
7.1 Planificación temporal	84
7.2 Presupuesto	86
Capítulo 8. Bibliografía	88
ANEXO A	92

Índice de Figuras

Figura 1.1. Materiales del Boeing 787 [1].....	2
Figura 2.1. Tipos de refuerzo [7]: (a) partículas y plaquetas (b) fibras.....	11
Figura 2.2. Materiales compuestos reforzados con fibras [8]: (a) fibras largas longitudinales (b) fibras cortas (c) híbrido de fibras largas y cortas (d) tejido.....	12
Figura 2.3. Ejemplos de tejidos [9]: (a) taffeta o tela (b) satén (c) sarga.....	13
Figura 2.4. Material compuesto laminado [4]: (a) laminado unidireccional (b) laminado cuasi-isótropo.....	15
Figura 2.5. Material compuesto estructural tipo sándwich [8]	16
Figura 2.6. Interfase [7]: (a) unión directa (b) unión con tercer elemento (c) unión por solución	17
Figura 2.7. Muestra microscópica de fibras de carbono en matriz epoxi: (a) fibras de sección triangular en distribución aleatoria (b) fibras de sección circular en distribución aleatoria [13].....	18
Figura 2.8. Avión F-18 Hornet. Las partes sombreadas están constituidas de epoxi-carbono [9]	19
Figura 2.9. Lámina unidireccional con fibras continuas y unidireccionales	20
Figura 2.10. Sección de un material compuesto traccionado	21
Figura 2.11. Comparación de los valores teóricos de E_2 en una lámina unidireccional de Boro y Epoxi con los valores experimentales en función del volumen de fibra [5]	22
Figura 2.12. Sección de un material compuesto sometido a tensión de cortadura	22
Figura 2.13. Comparación de los valores teóricos de G_{12} en una lámina unidireccional de Vidrio y Epoxi con los valores experimentales en función del volumen de fibra [5]	24

Figura 2.14. Comparación de los valores teóricos de E_2 en una lámina unidireccional de Boro y Epoxi con los valores experimentales y los obtenidos de las ecuaciones de Halpin-Tsai en función del volumen de fibra [5]	26
Figura 2.15. Comparación de los valores teóricos de G_{12} en una lámina unidireccional de Vidrio y Epoxi con los valores experimentales y los obtenidos de las ecuaciones de Halpin-Tsai en función del volumen de fibra [5]	26
Figura 3.1. Condiciones de contorno y desplazamiento del cuadrilátero [2]	32
Figura 3.2. Reacciones en nodos laterales obtenidas con el programa de cálculo Abaqus en un modelo con un 40% de fibra circular en distribución cuadrada.....	33
Figura 4.1. Análisis tensional de un cilindro de pequeño espesor mediante el método de los elementos finitos con Abaqus/CAE	38
Figura 4.2. Ventana de inicio de Abaqus/CAE.....	39
Figura 4.3. Interfaz de Brackets.....	41
Figura 4.4. Diagrama de procesos de la construcción del script	43
Figura 4.5. Geometría del cuadrilátero que forma la matriz: (a) matriz cuadrada para los modelos con fibras en distribución cuadrada (b) matriz rectangular para los modelos con fibras en distribución hexagonal.....	45
Figura 4.6. Construcción de fibras circulares siguiendo una distribución cuadrada.	47
Figura 4.7. Sketch con un 40% de fibras en distribución cuadrada: (a) fibras circulares (b) fibras triangulares (c) fibras cuadradas (d) fibras pentagonales (e) fibras hexagonales.....	47
Figura 4.8. Sketch con fibras hexagonales en distribución cuadrada: (a) 10% de fibra (b) 30% de fibra (c) 60% de fibra	48
Figura 4.9. Geometría de la distribución hexagonal de la fibra [18]	48
Figura 4.10. Construcción de fibras triangulares siguiendo una distribución hexagonal.....	49

Figura 4.11. Sketch con fibras en distribución hexagonal: (a) fibras circulares (b) fibras triangulares (c) fibras cuadradas (d) fibras pentagonales (e) fibras hexagonales	49
Figura 4.12. Sketch con fibras cuadradas en distribución hexagonal: (a) 10% de fibra (b) 40% de fibra (c) 70% de fibra	50
Figura 4.13. Asignación de las secciones de la matriz y la fibra en un modelo con un 40% de fibra triangular en distribución hexagonal	51
Figura 4.14. Condiciones de contorno aplicadas en cada uno de los "sets" creados en el cuadrado de la matriz en un modelo con un 60% de fibra hexagonal en distribución cuadrada	53
Figura 4.15. Mallado con elementos tipo CPE6M: (a) geometría y nodos de un elemento (b) ejemplo de una fibra circular discretizada	54
Figura 4.16. Análisis de sensibilidad del mallado en un modelo con 50% de fibra circular en distribución cuadrada	55
Figura 4.17. Análisis de sensibilidad del mallado en un modelo con 50% de fibra circular en distribución hexagonal	56
Figura 4.18. Mallado del modelo para un 50% de fibra circular: (a) distribución cuadrada con 3001 nodos, 1450 elementos y tamaño de elemento de 1,1 μm (b) distribución hexagonal con 3318 nodos, 1605 elementos y tamaño de elemento de 1,1 μm	56
Figura 4.19. Simulaciones realizadas de diferentes porcentajes de fibra de un modelo con fibras cuadradas en distribución hexagonal	57
Figura 4.20. Reacciones en los nodos laterales para un modelo con un 40% de fibra cuadrada en distribución cuadrada	58
Figura 4.21. Deformada para un modelo con un 40% de fibra cuadrada en distribución cuadrada	58
Figura 4.22. Diagrama de flujo para la obtención del factor de refuerzo mediante cálculos iterativos	61

Figura 4.23. Fichero de resultados con extensión “.log” del modelo con fibras circulares en distribución cuadrada. En la columna izquierda se almacena el porcentaje de fibra, en la del medio el factor de refuerzo y en la derecha el módulo de Young transversal62

Figura 5.1. Display 1: Selección de la distribución y la geometría de la fibra del modelo.....64

Figura 5.2. Display 2: Fracción de volumen de fibra, desplazamiento lateral, número de elementos por lado y de procesadores.....65

Figura 5.3. Display 3: Propiedades de la fibra y de la matriz.....66

Figura 5.4. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras circulares67

Figura 5.5. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras circulares en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....68

Figura 5.6. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras triangulares70

Figura 5.7. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras triangulares en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....71

Figura 5.8. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras cuadradas72

Figura 5.9. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras cuadradas en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....73

Figura 5.10. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras pentagonales74

Figura 5.11. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras pentagonales en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....75

Figura 5.12. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras hexagonales	76
Figura 5.13. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras hexagonales en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....	77
Figura 5.14. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de las diferentes geometrías de fibra en distribución cuadrada en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe	78
Figura 5.15. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de las diferentes geometrías de fibra en distribución hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe.....	79
Figura 6.1. Distribución aleatoria de fibras circulares	82
Figura 6.2. Fibras triangulares en distribución hexagonal con fibras contrapuestas	82
Figura 7.1. Diagrama de Gantt de la realización del proyecto.....	85

Índice de Tablas

Tabla 2.1. Clasificación de diversas matrices orgánicas [3]	9
Tabla 2.2. Ejemplo de materiales compuestos de matriz metálica [6]	10
Tabla 2.3. Propiedades de compuestos cerámicos [4]	11
Tabla 2.4. Clasificación de las fibras según el material	14
Tabla 4.1. Lado del polígono triangular, cuadrado, pentagonal y hexagonal que forma la fibra en función del diámetro medio de una fibra circular	46
Tabla 5.6. Ecuaciones para la obtención del factor de refuerzo transversal en función del porcentaje de fibra para cada geometría y distribución de la misma....	79
Tabla 7.1. Presupuesto del proyecto desglosado.....	87
Tabla 9.1. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras circulares en distribución cuadrada y hexagonal.....	93
Tabla 9.2. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras triangulares en distribución cuadrada y hexagonal	94
Tabla 9.3. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras cuadradas en distribución cuadrada y hexagonal.....	94
Tabla 9.4. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras pentagonales en distribución cuadrada y hexagonal	95
Tabla 9.5. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras hexagonales en distribución cuadrada y hexagonal	95

Capítulo 1. Introducción

1.1 Motivación

Los materiales compuestos cada día tienen mayor presencia en productos que usamos habitualmente y en grandes aplicaciones industriales. Su estudio en la Ciencia e Ingeniería de Materiales resulta fundamental para obtener materiales con mayores prestaciones.

Los materiales compuestos presentan una combinación de las propiedades de los diferentes materiales originales que los componen. Por tanto, el poder diseñar un material para obtener una combinación de propiedades hace que su uso y aplicación sea cada vez mayor. Estos materiales se emplean en todo tipo de industrias como en la aeronáutica, aeroespacial, automovilística, militar, química, de la construcción y del deporte entre otras. Un ejemplo concreto es el avión comercial Boeing 787 cuyo diseño tiene más de un 50% de materiales compuestos como se muestra en la Figura 1.1.

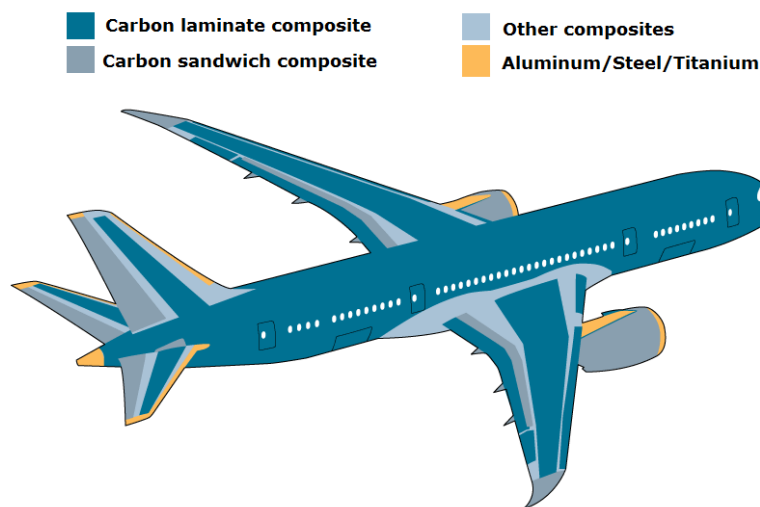


Figura 1.1. Materiales del Boeing 787 [1]

El uso cada vez más frecuente de estos materiales y la aparición de nuevas técnicas de ensayo, procesos de fabricación y herramientas de cálculo han propiciado el número de estudios relacionados con los materiales compuestos.

Los programas de cálculo, basados generalmente en el método de los elementos finitos, permiten realizar múltiples estudios en los que se simula y analiza el comportamiento de los materiales compuestos. Uno de estos programas

es Abaqus/CAE que, con un potente sistema de cálculo, permite realizar análisis de modelos mecánicos.

Abaqus está desarrollado sobre el lenguaje Python. Poder conocer y manejar técnicas de programación nos da la oportunidad de realizar nuevas operaciones en estos programas. Por ejemplo, se puede crear o modificar el código de un script para realizar múltiples simulaciones de forma automática o para diseñar modelos con variables que cambien en cada simulación. Por ello, resulta de especial interés conocer estos programas y su lenguaje de programación.

Por tanto, con el creciente uso y aplicación de los materiales compuestos y las nuevas herramientas para su análisis, son muchos los artículos científicos dedicados al estudio de los mismos.

El factor de refuerzo es un parámetro presente en las ecuaciones de Halpin-Tsai y que depende de la geometría, distribución y porcentaje de fibra del material compuesto. En el artículo [2], se realiza una estimación del factor de refuerzo transversal para materiales compuestos con fibras circulares. A raíz de dicho estudio, se ha planteado en este proyecto estimar el factor de refuerzo de materiales compuestos con fibras de diferentes geometrías y validar los resultados en el caso de las fibras circulares.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es estimar el factor de refuerzo transversal de las ecuaciones de Halpin-Tsai para materiales compuestos con diferentes geometrías, distribuciones y fracciones de volumen de la fibra. Se emplearán fibras de sección circular, cuadrada, triangular, pentagonal y hexagonal, con una distribución de las mismas cuadrada y hexagonal.

En la estructura de este proyecto se pueden diferenciar los diversos objetivos necesarios para alcanzar la resolución:

- Adquirir los conocimientos necesarios para comprender la estructura, las propiedades y la tipología de los materiales compuestos, las ecuaciones de Halpin-Tsai y el concepto de factor de refuerzo.
- Crear un script que permita obtener múltiples resultados de forma automática de diferentes modelos de estudio empleando dos programas. El primer programa es Brackets, un editor de códigos que permite soportar diferentes lenguajes. Empleando este software libre se creará el script en lenguaje Python para, posteriormente, leerlo con el programa Abaqus. Este último programa, empleando el método de los elementos finitos, permite realizar las simulaciones de cada uno de los modelos. De estas simulaciones se pretende sacar los valores del módulo de Young en la dirección transversal a la fibra, E_2 , constante elástica presente en las ecuaciones de Halpin-Tsai.
- A continuación, es necesario implementar las ecuaciones de Halpin-Tsai en el script. Con los valores de E_2 obtenidos a partir de las simulaciones con Abaqus y con las ecuaciones de Halpin-Tsai, se pueden obtener los valores del factor de refuerzo de cada uno de los modelos de estudio de forma automática al ejecutar el script en Abaqus.
- Una vez obtenido el factor de refuerzo de cada modelo, se busca analizar y comparar estos resultados y obtener una ecuación del factor de refuerzo estimado en función del porcentaje de fibra para cada caso.
- Por último, se pretende analizar si las fibras con geometrías menos comunes aportan una mayor rigidez a estos materiales compuestos laminados.

1.3 Estructura del proyecto

Este proyecto se ha estructurado en ocho capítulos:

El Capítulo 1 es introductorio, donde se explican los motivos que han llevado al planteamiento y desarrollo de este proyecto, los objetivos que se pretenden alcanzar y la estructura general del mismo.

En el Capítulo 2 se presentan conocimientos teóricos básicos sobre materiales compuestos haciendo especial hincapié en los materiales empleados en este proyecto. Además, se desarrollan las ecuaciones de Halpin-Tsai y se explica el concepto de factor de refuerzo.

En el Capítulo 3 se plantea el problema a resolver y cómo se va a abordar el mismo.

En el Capítulo 4 se presenta el desarrollo del modelo numérico que permite obtener el factor de refuerzo para las diferentes geometrías de fibra planteadas. Para ello, en primer lugar se explican los programas empleados en la realización del script (Abaqus/CAE y Brackets), el lenguaje de programación utilizado y el método de los elementos finitos. Finalmente, se describe paso por paso cómo se ha realizado el script y cómo, a partir de este, se obtienen los resultados finales.

En el Capítulo 5 se analizan los resultados del factor de refuerzo de las diferentes geometrías y distribuciones de fibra. Además, mediante análisis de tendencia de los resultados, se plantean ecuaciones del factor de refuerzo en función del porcentaje de fibra para cada modelo planteado.

En el Capítulo 6 se describen las conclusiones obtenidas a raíz del análisis de los resultados y se plantean trabajos futuros que se puedan desarrollar a partir de este proyecto.

En el Capítulo 7 se presenta la planificación temporal con todas las actividades realizadas en el desarrollo de este proyecto y el presupuesto desglosado de todos los costes asociados a su realización.

Finalmente, en el Capítulo 8, se indican las referencias bibliográficas empleadas para el desarrollo de este trabajo.

Capítulo 2. Teoría de Materiales Compuestos

2.1 Introducción

Un material compuesto es una combinación de dos o más materiales distintos delimitados físicamente entre sí de tal forma que las propiedades del conjunto son superiores a las de los componentes por separado [3].

Estos materiales surgen para satisfacer la demanda de productos con mejores prestaciones. Se logran combinaciones poco usuales de rigidez, peso, resistencia, dureza o conductividad [4].

Es necesario matizar algunas características de los materiales compuestos explicados en este proyecto. En primer lugar, deben ser fabricados por el hombre de tal forma que todos aquellos materiales compuestos naturales quedan descartados, como por ejemplo nuestros huesos y músculos, la madera o el bambú. En segundo lugar, no deben tener continuidad fenomenológica. Y, por último, los materiales tradicionales como el hormigón, que es un clásico de la Ingeniería Civil, tampoco se consideran en este proyecto [3].

2.2 Clasificación y características

Todos los materiales compuestos presentan dos componentes: la matriz y el refuerzo. La matriz es el material continuo que actúa como aglutinante manteniendo el refuerzo en su posición correcta, reparte y transmite las cargas al refuerzo y lo protege de sufrir daños durante la fabricación y uso del material. Además, la matriz es la responsable del control de las propiedades eléctricas, el uso a temperaturas elevadas y del comportamiento químico [4]. Por otro lado, el refuerzo es el material discontinuo que proporciona las propiedades mecánicas del compuesto dando rigidez y resistencia al conjunto.

2.2.1 Según el tipo de matriz

Según el tipo de matriz existen tres grupos principales de materiales compuestos: de matriz polimérica o PMCs, "Polymer Matrix Composites", de matriz metálica o MMCs, "Metal Matrix Composites", y de matriz cerámica o CMCs, "Ceramic Matrix Composites".

2.2.1.1 Compuestos de matriz polimérica o PMCs

Son aquellos materiales compuestos que tienen una matriz polimérica reforzada con fibras de pequeño diámetro [5]. Son los compuestos más comunes pues presentan un bajo coste y una sencillez de conformado.

Se caracterizan por su baja densidad, alta resistencia a la corrosión y su alta tenacidad. Sin embargo, presentan algunos inconvenientes como la baja temperatura de operación, el alto coeficiente de expansión térmica y las bajas propiedades elásticas en ciertas direcciones. Principalmente existen dos tipos de matriz polimérica [5]:

- Termoplásticos: se deforman a altas temperaturas y presión debido a que los enlaces son débiles, del tipo de Van der Waals (polipropileno, poliamida, policarbonato, etc.).
- Termoestables: estos polímeros (poliéster, epoxi, fenólica, etc.) son insolubles e infusibles después del curado de la resina porque las cadenas están rígidamente unidas con enlaces covalentes fuertes. A cierta temperatura el polímero no se funde, sino que alcanza su

temperatura de degradación. Por ello, propiedades como el punto de fusión o la temperatura de transición vítrea no tienen sentido, ya que el material se degrada.

En la Tabla 2.1 se recogen algunos ejemplos de matrices termoplásticas y termoestables.

Tabla 2.1. Clasificación de diversas matrices orgánicas [3]

Termoplásticas	Policloruro de vinilo (PVC), Copolímeros de estireno (ABS, SAN), Polietileno (PE), Polipropileno (PP), Policarbonato (PC), Polimetacrilato de metilo (PMMA), Acetato, Poliestireno (PS), Polioximetileno (POM), PBT, Polieterimida, PET, Nylon, Poliamida, PEEK, PEKK, PAI, PAS
Termoestables	Epoxi, Vinilester, Poliéster, Fenólica, Esteres Cianato, Bismaleimidias, Poliamidas, Polieteramida

2.2.1.2 Compuestos de matriz metálica o MMCs

Como su nombre indica, estos materiales están formados por una matriz metálica, por lo que proporcionan una gran resistencia a las altas temperaturas. Además, tienen una resistencia y un módulo de elasticidad elevados y una alta conductividad térmica y eléctrica. Sin embargo, reforzar metales con fibras puede reducir la ductilidad y la tenacidad a la fractura.

En comparación con los PMCs, los de matriz metálica poseen unas propiedades elásticas más elevadas, soportan mayores temperaturas y tienen una mejor respuesta ante la fatiga y el desgaste. La principal desventaja es una producción más difícil y costosa que los de matriz polimérica [5].

En los compuestos de matriz metálica se utilizan comúnmente aleaciones de titanio, aluminio y magnesio. Estos dos últimos tienen densidades menores que los de matriz polimérica. El aluminio es el más empleado por ser el más ligero y barato, además de tener un buen comportamiento ante la oxidación. El titanio tiene mayor densidad, pero su alta temperatura de fusión le hace idóneo para aplicaciones con altas temperaturas. El principal inconveniente es su elevado

precio. El magnesio es el de menor densidad y, aunque tiene buenas propiedades mecánicas, no soporta bien la oxidación [6]. Algunos ejemplos de materiales compuestos con matriz metálica se dan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Ejemplo de materiales compuestos de matriz metálica [6]

Matriz	Refuerzo
Al-7Zn	Fibra de grafito
Al 2024	Fibra de boro
Al 6061	Fibra de SiC
Ti-6Al-4V	BORSIC40
Ti-6Al-4V	SCSC-635
Mg	Fibra de grafito
Mg	Fibra de SiC

2.2.1.3 Compuestos de matriz cerámica o CMCs

Estos materiales de matriz cerámica tienen alta resistencia, dureza, soportan elevadas temperaturas en servicio y tienen baja densidad. Sin embargo, los materiales cerámicos tienen baja tenacidad a la fractura. Sometidos a una carga de tracción o a un impacto se produce una rotura instantánea. El refuerzo de estos materiales permite aumentar la tenacidad a la fractura ya que se produce un fallo gradual del material compuesto [5].

La combinación de una matriz cerámica con fibras como el carburo de silicio o el carbono hace que los CMCs sean más atractivos para aplicaciones en las que se desean altas propiedades mecánicas y temperaturas de servicio extremas. Por tanto, a elevadas temperaturas estos materiales tienen buenas propiedades y son más ligeros que los compuestos de matriz metálica de alta temperatura [4].

Las matrices más empleadas son la alúmina (Al_2O_3), el carburo de silicio (SiC) y el nitruro de silicio (Si_3N_4).

Los compuestos de matriz cerámica-fibra cerámica tienen mejor resistencia y tenacidad comparados con productos cerámicos convencionales, como se puede observar en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Propiedades de compuestos cerámicos [4]

Material	Resistencia a la flexión (MPa)	Tenacidad a la fractura (MPa·√m)
Al ₂ O ₃	552	216
Al ₂ O ₃ / SiC	793	346
SiC	497	173
SiC / SiC	759	996
Si ₃ N ₄	469	173
Si ₃ N ₄ / SiC	793	2208

2.2.2 Según el tipo de refuerzo

El refuerzo se puede clasificar en partículas o plaquetas y en fibras (cortas y largas), como se muestra en la Figura 2.1.



Figura 2.1. Tipos de refuerzo [7]: (a) partículas y plaquetas (b) fibras

2.2.2.1 Refuerzo con partículas y plaquetas

Los materiales compuestos reforzados con partículas presentan un comportamiento isótropo. Si bien no se consiguen propiedades elevadas, las partículas permiten incrementar la temperatura de operación o aumentar la resistencia a la oxidación [5]. Son los materiales más baratos y fáciles de fabricar de todos los materiales compuestos.

Las partículas metálicas o cerámicas, dentro de un compuesto de matriz metálica, proporcionan dureza, resistencia al desgaste, aseguran buena conductividad eléctrica, buena tenacidad o buena resistencia a la corrosión. Los de matriz polimérica tienen partículas que mejoran la rigidez, la resistencia al calor o la conductividad eléctrica [4].

Las plaquetas son básicamente partículas planas y pequeñas que permiten un grado de compactación mayor que empleando partículas esféricas. Normalmente el tamaño de estas plaquetas está entre 0.01 mm y 1 mm de longitud, con un espesor que va desde 0.001 mm a 0.005 mm [7].

2.2.2.2 Refuerzo con fibras

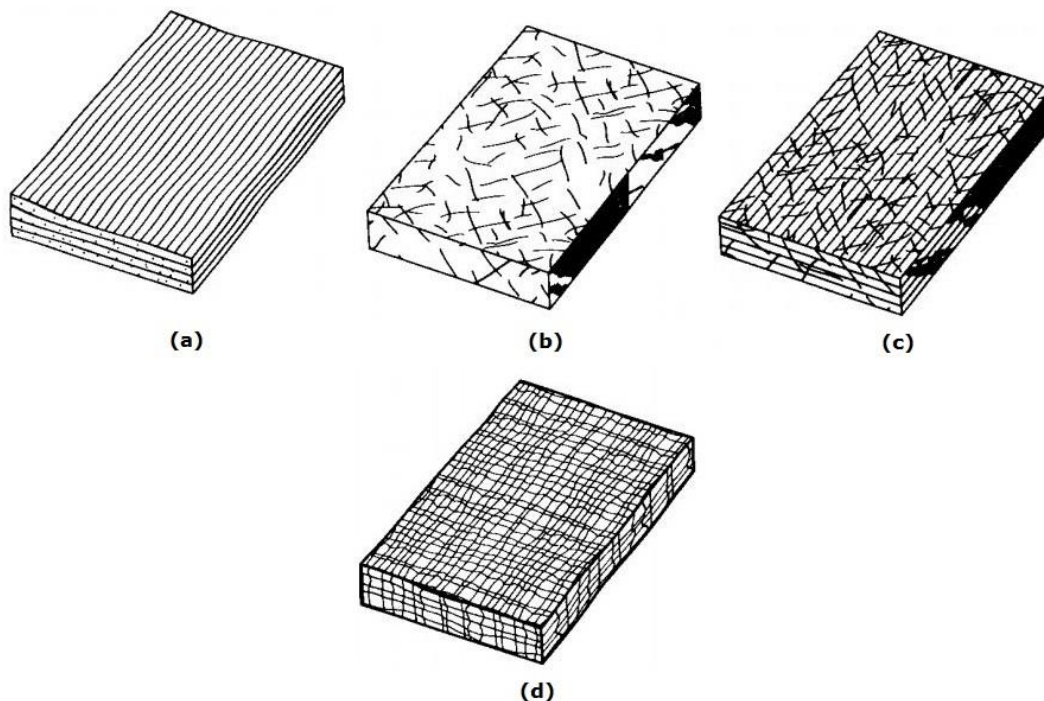


Figura 2.2. Materiales compuestos reforzados con fibras [8]: (a) fibras largas longitudinales (b) fibras cortas (c) híbrido de fibras largas y cortas (d) tejido

Existen diferentes tipos de fibras. Las denominadas fibras cortas presentan una esbeltez en torno a 100, entendiendo por esbeltez la relación entre la longitud y el diámetro de la fibra (l/d). En cambio, las fibras largas tienen una esbeltez superior a 100.

Las fibras pueden tener diferentes tamaños y geometrías y presentar distintas distribuciones, orientaciones y fracciones de volumen dentro de la matriz de un material compuesto.

En el caso de fibras unidireccionales, Figura 2.2 (a), la resistencia y rigidez máximas se encuentran en la dirección de la fibra, por lo que se trata de un problema anisótropo. Sin embargo, cuando hay fibras orientadas al azar, Figura 2.2 (b), el material compuesto tiende a ser isótropo.

Las fibras continuas pueden presentarse de varias formas según su ordenamiento [4]:

- Hilos: fibras continuas, producidas a partir de un grupo de filamentos retorcidos.
- Hilados: paquetes de menos de 10 000 filamentos.
- Mecha: paquete con más de 10 000 filamentos.
- Esteras: fibras no tejidas orientadas aleatoriamente.
- Cintas: fibras alineadas unidireccionalmente.
- Tejidos: fibras entrelazadas perpendicularmente (Figura 2.3).

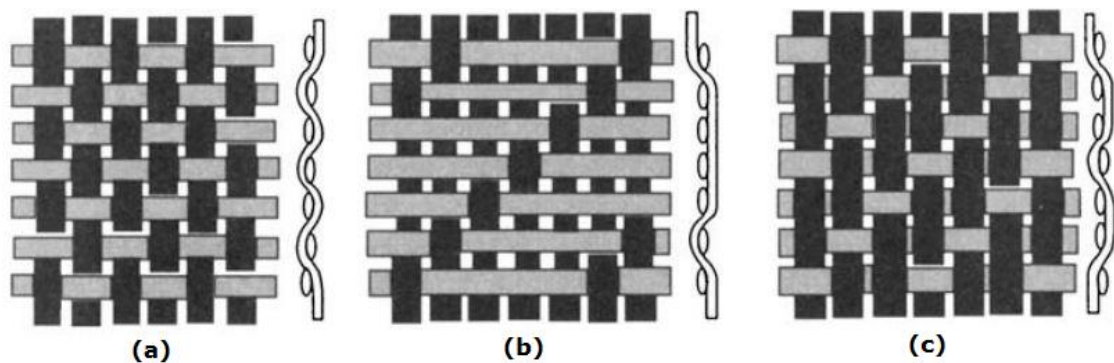


Figura 2.3. Ejemplos de tejidos [9]: (a) taffeta o tela (b) satén (c) sarga

Por otro lado, las fibras pueden clasificarse según el material del que estén fabricadas, como se muestra en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4. Clasificación de las fibras según el material

Fibras
Fibras Cerámicas (Carburo de Silicio, Alúmina)
Fibras Metálicas
Fibras Inorgánicas (Carbono, Vidrio, Boro)
Fibras Orgánicas (Aramida, Polietileno)

▪ **Fibras de vidrio**

Las fibras de vidrio son de las más utilizadas para aplicaciones industriales al presentar buenas propiedades mecánicas y un bajo costo. Aunque existen diferentes tipos de fibras de vidrio (E, A, C, R o S y D), la más utilizada por su bajo coste y sus buenas propiedades es la fibra de tipo "E".

Algunas propiedades que presentan las fibras de vidrio son [10]:

- Resistencia específica alta.
- Buen aislante eléctrico.
- Material incombustible.
- Bajo coeficiente de dilatación térmica.
- Baja conductividad térmica.
- Estabilidad química.

▪ **Fibras de carbono**

Otro tipo de fibra muy utilizada es la fibra de carbono, que se encuentra presente en muchas aplicaciones industriales, como en la industria aeronáutica. Existen tres tipos de fibras de carbono: las de tipo HM, que tienen un módulo de elasticidad elevado, las fibras de tipo HR, con una resistencia mecánica elevada, y las de tipo III, que tienen propiedades mecánicas menores pero su coste es inferior.

Algunas propiedades que presentan las fibras de carbono son [10]:

- Baja densidad.

- Bajo coeficiente de dilatación.
- Elevada resistencia a la fatiga y a la corrosión.
- Alta conductividad eléctrica.
- Estabilidad química.

2.2.3 Materiales compuestos estructurales

Los materiales compuestos estructurales son aquellos formados por materiales compuestos y materiales homogéneos cuyas propiedades no solo dependen de los materiales, sino también de la geometría de diseño.

▪ Laminados

Los laminados son materiales compuestos formados por diferentes capas apiladas de pequeño espesor denominadas láminas. Cada una de estas láminas es una capa de resina reforzada con fibras.

Cada lámina puede presentar una orientación diferente de la fibra. Si se apilan láminas con fibras orientadas en la misma dirección se obtiene un material compuesto laminado unidireccional con propiedades anisótropas, como se presenta en la Figura 2.4 (a). En cambio, si se apilan láminas con orientaciones de fibra diferentes (0° , 90° , $+45^\circ$, -45°) se pueden conseguir laminados cuasi-isótropos; es decir, con propiedades similares en todas las direcciones como en la Figura 2.4 (b).

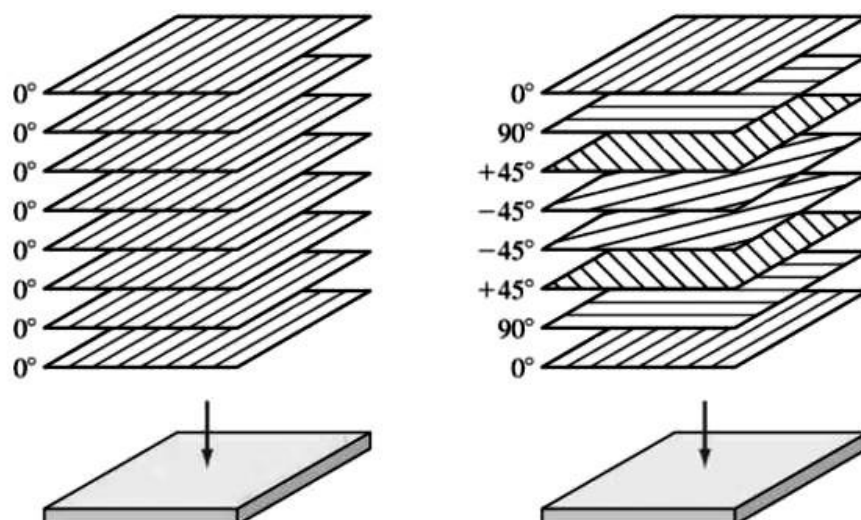


Figura 2.4. Material compuesto laminado [4]: (a) laminado unidireccional (b) laminado cuasi-isótropo

- **Estructuras tipo sándwich**

Es un material compuesto estructural que consta de dos revestimientos o caras externas de un material rígido y resistente, normalmente aleaciones de aluminio, titanio, acero o madera contrachapada, que se encuentran unidas por medio de un adhesivo a un núcleo más grueso. Este núcleo está constituido por un material ligero y normalmente con un bajo módulo de elasticidad, como pueden ser espumas poliméricas, madera o panales [11].

El núcleo debe proporcionar un soporte continuo para las caras externas, soportar tensiones transversales de cizallamiento y ser lo suficientemente grueso para resistir el pandeo del panel.

Estas estructuras presentan buenas propiedades al ser materiales muy ligeros, con una alta rigidez a la flexión debido a la separación de las caras externas y con buenas características de aislamiento térmico. Las de panal son muy empleadas en la industria aeroespacial, están presentes en la mayoría de los aviones actuales [12].

Algunos problemas que presentan este tipo de materiales son la poca resistencia al fuego que tienen algunos núcleos y un mayor riesgo de pandeo que otras estructuras [9].

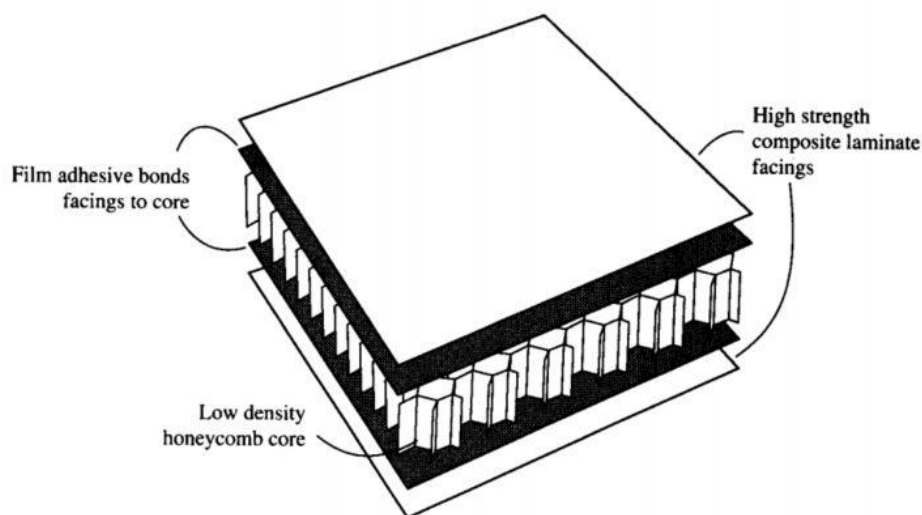


Figura 2.5. Material compuesto estructural tipo sándwich [8]

2.2.4 Interfase entre matriz y refuerzo

En los materiales compuestos la respuesta mecánica depende de cómo la carga se comparte entre la matriz y el refuerzo, por lo que es importante estudiar cómo estas dos fases se adhieren entre sí.

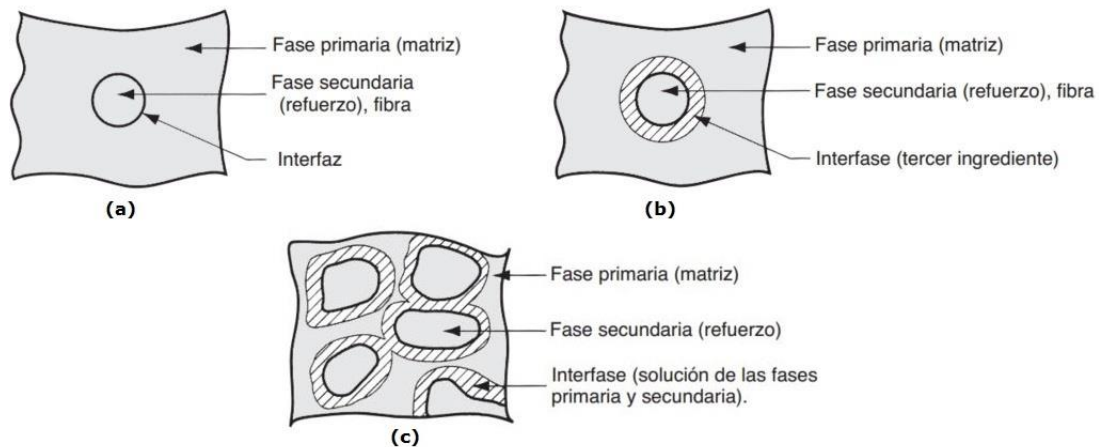


Figura 2.6. Interfase [7]: (a) unión directa (b) unión con tercer elemento (c) unión por solución

En muchos casos hay un enlace directo entre la fibra y la matriz, como en la Figura 2.6 (a). En otros casos se necesita un tercer elemento que se considera un adhesivo entre ambas fases, como en la Figura 2.6 (b). Un ejemplo es el recubrimiento de las fibras de vidrio en resinas para lograr adhesividad. También puede suceder que la interfase entre el refuerzo y la matriz sea una solución de ambas fases, como se muestra en la Figura 2.6 (c). Esto sucede con los carburos cementados por ejemplo [7].

Algunos parámetros a tener en cuenta para conseguir una buena interfase son [6]:

- El mojado entre ambas fases debe ser bueno (energías superficiales).
- Buenas fuerzas de unión para transmitir los esfuerzos entre las fases.
- Uniones estables en el tiempo.
- Uniones estables en el rango de temperaturas de utilización.
- Coeficientes de dilatación entre las fases similares.

2.3 Material compuesto epoxi-carbono

En este apartado se explican las características y propiedades del material empleado en este trabajo y alguna de sus aplicaciones industriales. Este material compuesto está formado por una matriz de epoxi y un refuerzo de fibra de carbono (Figura 2.7).

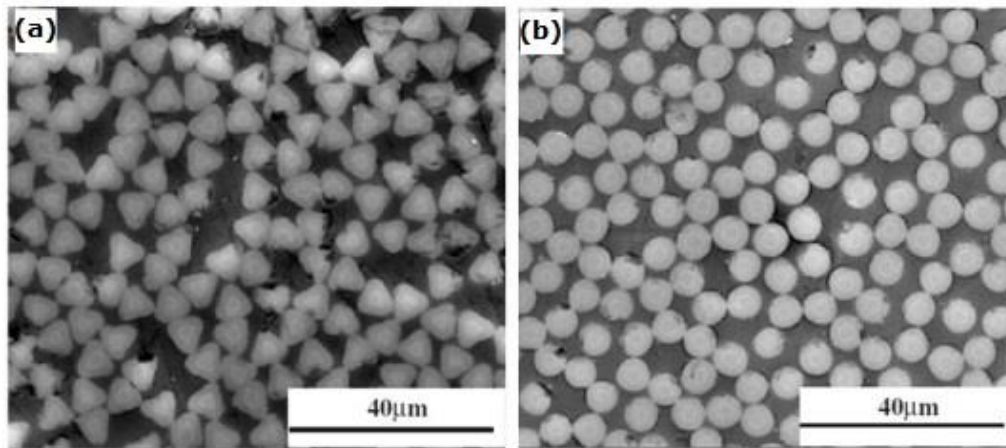


Figura 2.7. Muestra microscópica de fibras de carbono en matriz epoxi: (a) fibras de sección triangular en distribución aleatoria (b) fibras de sección circular en distribución aleatoria [13]

Algunas de las características por las que este material compuesto presenta tan buenas prestaciones son:

- Alta resistencia a la rotura.
- Muy buena resistencia a la fatiga.
- Muy buen conductor del calor y de la electricidad.
- Alta temperatura de funcionamiento (limitada por la resina).
- No hay dilatación hasta 600 °C.

Sin embargo, como todo material, presenta una serie de limitaciones respecto a otros. Algunos de estos inconvenientes son:

- Resistencia al impacto dos o tres veces menor que el material epoxi-fibra de vidrio.
- Fabricación delicada.

- Es un material susceptible a los rayos por lo que genera problemas en la industria aeronáutica.

El epoxi/carbono es muy utilizado en la industria aeronáutica. Este material se puede encontrar en diferentes partes de la aeronave como en estabilizadores horizontales, fuselajes, alerones, alas, spoilers o estabilizadores verticales (Figura 2.8).

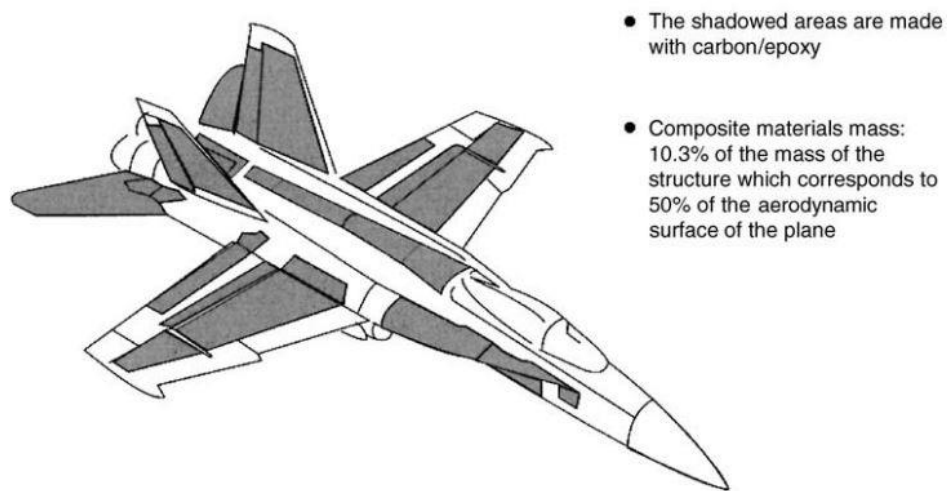


Figura 2.8. Avión F-18 Hornet. Las partes sombreadas están constituidas de epoxi-carbono [9]

2.4 Lámina unidireccional con fibras continuas

En este apartado se explica la obtención de las propiedades elásticas, E_2 y G_{12} , de una lámina unidireccional con fibras largas unidireccionales y su relación con las ecuaciones de Halpin-Tsai. Además, se introduce por primera vez el concepto de factor de refuerzo, parámetro que se encuentra en dichas ecuaciones y que es el objeto de estudio de este proyecto.

En la lámina unidireccional se considera que la dirección 1 es la dirección longitudinal de la fibra, la 2 es la dirección transversal a la misma y la dirección 3 es la perpendicular al plano formado por 1 y 2 (Figura 2.9).

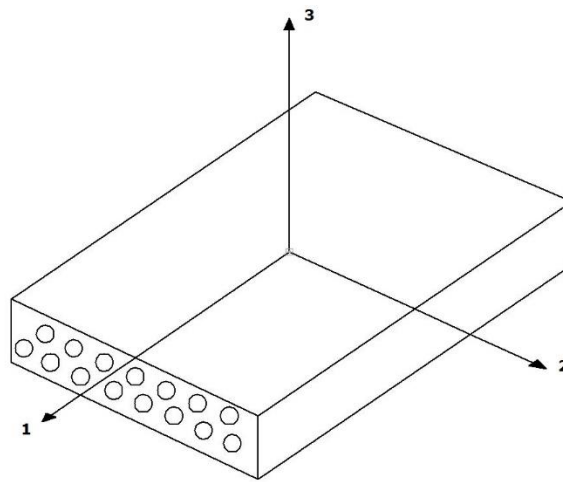


Figura 2.9. Lámina unidireccional con fibras continuas y unidireccionales

2.4.1 Módulo de Young transversal, E_2

Si una lámina unidireccional es tensionada en la dirección transversal a la fibra, las tensiones en la fibra, la matriz y el material compuesto son iguales:

$$\sigma_f = \sigma_m = \sigma_c \quad (2.1)$$

Además, el desplazamiento lateral del material compuesto, Δ_c , es la suma de los desplazamientos laterales de la fibra, Δ_f , y de la matriz, Δ_m :

$$\Delta_c = \Delta_f + \Delta_m \quad (2.2)$$

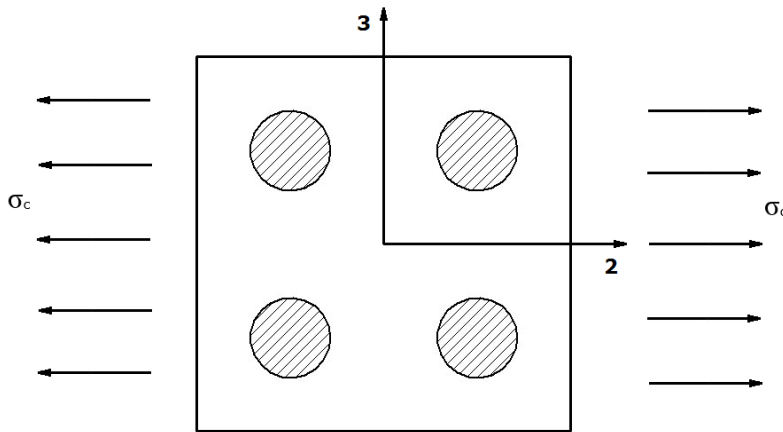


Figura 2.10. Sección de un material compuesto traccionado

En la Figura 2.10 se representa la sección de un material compuesto traccionado en la que la fibra corresponde con la zona sombreada.

Además, teniendo en cuenta las ecuaciones de la deformación en función de la longitud y de la elongación se tiene que:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L_c}, \quad \varepsilon_f = \frac{\Delta_f}{L_f}, \quad \varepsilon_m = \frac{\Delta_m}{L_m} \quad (2.3)$$

También hay que hacer uso de las ecuaciones de Hook en las que la deformación depende de la tensión y del módulo de Young:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c}, \quad \varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f}, \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m} \quad (2.4)$$

Con las ecuaciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 se puede despejar el módulo de Young transversal, E_2 , de tal forma que se tiene:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{E_f} \cdot \frac{L_f}{L_c} + \frac{1}{E_m} \cdot \frac{L_m}{L_c} \quad (2.5)$$

Si se tiene en cuenta que una de las longitudes de la sección representada no varía al aplicar el esfuerzo transversal, la ecuación 2.5 queda expresada en función de la fracción de volumen de fibra, V_f , y de la fracción de volumen de matriz, V_m . Por tanto, la ecuación final para hallar el módulo de Young transversal queda de la siguiente forma [5]:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.6)$$

El problema de esta expresión surge cuando los valores de E_2 calculados con dicha expresión no coinciden con los obtenidos de forma experimental. En la Figura 2.11 se comparan los datos de E_2 teóricos con los obtenidos de forma experimental para una lámina unidireccional con fibras de boro y matriz epoxi ($E_f=414$ GPa, $\nu_f=0,2$, $E_m=4,14$ GPa, $\nu_m=0,35$) [5].

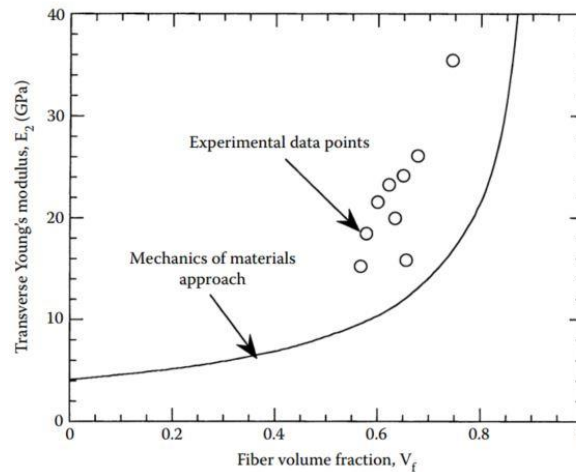


Figura 2.11. Comparación de los valores teóricos de E_2 en una lámina unidireccional de Boro y Epoxi con los valores experimentales en función del volumen de fibra [5]

2.4.2 Módulo de cortadura, G_{12}

Si ahora al material compuesto se le aplica una tensión a cortadura, la tensión a cortadura en la fibra, la matriz y el material compuesto son iguales:

$$\tau_f = \tau_m = \tau_c \quad (2.7)$$

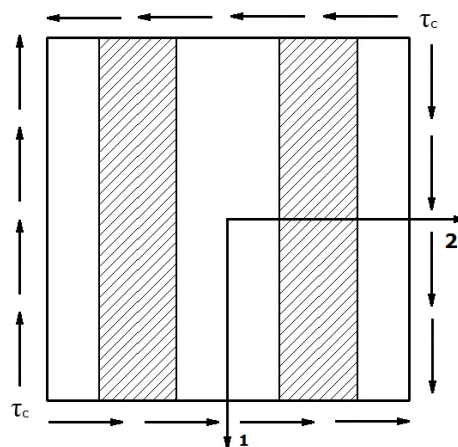


Figura 2.12. Sección de un material compuesto sometido a tensión de cortadura

En la Figura 2.12 se representa la sección de un material compuesto sometido a una tensión de cortadura en la que la fibra corresponde con la zona sombreada.

Por otro lado, el desplazamiento provocado por la deformación angular del material compuesto es igual a la suma de los desplazamientos de la fibra y la matriz:

$$\delta_c = \delta_f + \delta_m \quad (2.8)$$

Además, teniendo en cuenta las ecuaciones de la deformación angular en función de la longitud y del desplazamiento provocado:

$$\gamma_c = \frac{\delta_c}{L_c}, \quad \gamma_f = \frac{\delta_f}{L_f}, \quad \gamma_m = \frac{\delta_m}{L_m} \quad (2.9)$$

También hay que hacer uso de las ecuaciones de Hook en las que la deformación angular depende de la tensión tangencial y del módulo a cortadura:

$$\gamma_c = \frac{\tau_c}{G_{12}}, \quad \gamma_f = \frac{\tau_f}{G_f}, \quad \gamma_m = \frac{\tau_m}{G_m} \quad (2.10)$$

Con las ecuaciones 2.7, 2.8, 2.9 y 2.10 se puede despejar el módulo a cortadura, G_{12} , de tal forma que se tiene:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{G_f} \cdot \frac{L_f}{L_c} + \frac{1}{G_m} \cdot \frac{L_m}{L_c} \quad (2.11)$$

Si se tiene en cuenta que el espesor de la sección representada anteriormente es igual para la matriz que para la fibra, la ecuación 2.11 queda expresada en función de la fracción de volumen de fibra, V_f , y de la fracción de volumen de matriz, V_m . Por tanto, la ecuación final para hallar el módulo a cortadura queda de la siguiente forma [5]:

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (2.12)$$

Al igual que en el caso del módulo de Young transversal, los valores de G_{12} calculados con esta expresión no coinciden con los valores experimentales. En la Figura 2.13 se comparan los datos de G_{12} teóricos con los obtenidos de forma

experimental para una lámina unidireccional con fibras de vidrio y matriz epoxi ($G_f=30,19$ GPa, $G_m=1,83$ GPa) [5].

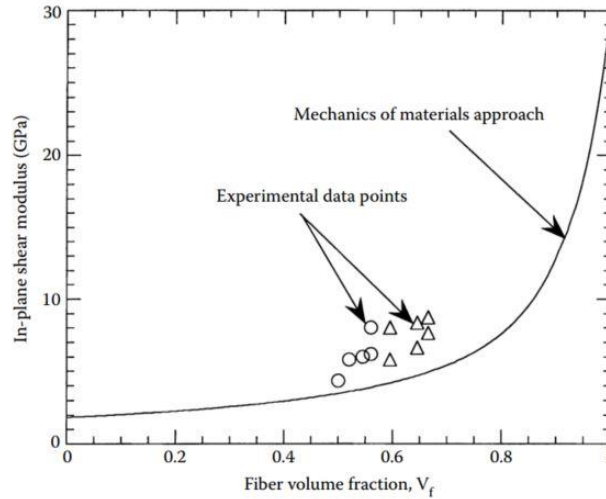


Figura 2.13. Comparación de los valores teóricos de G_{12} en una lámina unidireccional de Vidrio y Epoxi con los valores experimentales en función del volumen de fibra [5]

Como los resultados obtenidos del módulo de Young transversal y del módulo a cortadura no coinciden con los valores experimentales, es necesario recurrir a otros métodos como los modelos semi-empíricos. El más utilizado es el método de Halpin-Tsai, debido a su sencillez y a la capacidad de obtener varias propiedades elásticas empleando pocas ecuaciones. Por otro lado, estas constantes elásticas también se pueden obtener de forma numérica como en el artículo [2].

2.4.3 Ecuaciones de Halpin-Tsai

Las ecuaciones de Halpin-Tsai se emplean para calcular las propiedades elásticas de los materiales compuestos según su configuración. Para una lámina unidireccional con fibras continuas y unidireccionales las propiedades más importantes son: el módulo de Young transversal, E_2 , y el módulo a cortadura G_{12} .

$$\frac{M}{M_m} = \frac{1 + \xi \cdot \eta \cdot V_f}{1 - \eta \cdot V_f} \quad (2.13)$$

donde,

$$\eta = \frac{\frac{M_f}{M_m} - 1}{\frac{M_f}{M_m} + \xi} \quad (2.14)$$

Las diferentes variables de estas ecuaciones son:

- M : es la constante elástica que se pretende determinar. Puede ser E_2 o G_{12} .
- M_m : es la constante elástica referida a la matriz (E_m o G_m).
- M_f : es la constante elástica referida a la fibra (E_f o G_f).
- V_f : es la fracción de volumen de fibra del material compuesto.
- ξ : factor de refuerzo.
- η : es un parámetro a calcular que también depende del factor de refuerzo.

Las ecuaciones de Halpin-Tsai permiten estimar las constantes elásticas de forma rápida y simple. Sin embargo, estas ecuaciones tienen una constante que debe ser proporcionada y que es el factor de refuerzo, ξ .

El factor de refuerzo, ξ , es un parámetro que mide la influencia de la geometría del refuerzo y su distribución. Halpin-Tsai dedujo, en base a una distribución cuadrada de las fibras, un valor de 2 para este parámetro en el caso de E_2 y un valor de 1 para G_{12} [2]. Sin embargo, para fracciones de volumen elevadas este valor se aleja de la realidad, siendo preferible emplear otras estimaciones como las de Hewitt y de Malherbe. Estos propusieron dos ecuaciones para fracciones de volumen iguales o superiores a 0,65 [2]:

$$\xi(V_f) = 2 + 40 \cdot V_f^{40} \quad \text{para } E_2 \quad (2.15)$$

$$\xi(V_f) = 1 + 40 \cdot V_f^{10} \quad \text{para } G_{12} \quad (2.16)$$

A continuación se resuelven los casos de las Figuras 2.11 y 2.13 aplicando las ecuaciones de Halpin-Tsai.

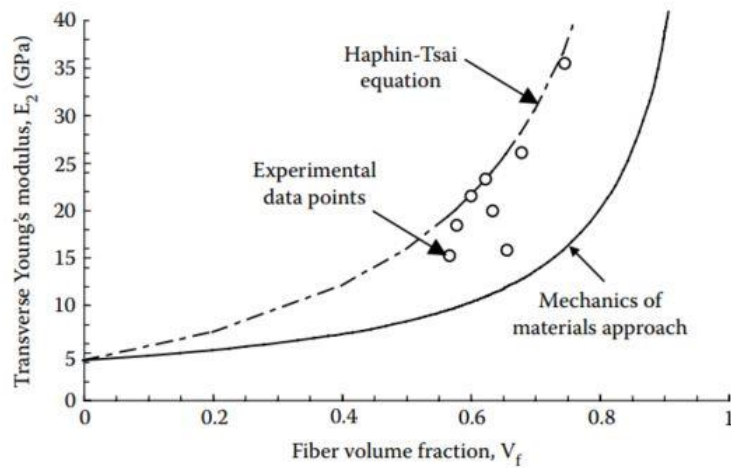


Figura 2.14. Comparación de los valores teóricos de E_2 en una lámina unidireccional de Boro y Epoxi con los valores experimentales y los obtenidos de las ecuaciones de Halpin-Tsai en función del volumen de fibra [5]

En la Figura 2.14 se puede observar como los valores de E_2 en función de V_f obtenidos de las ecuaciones de Halpin-Tsai son más próximos a los resultados experimentales que a los teóricos.

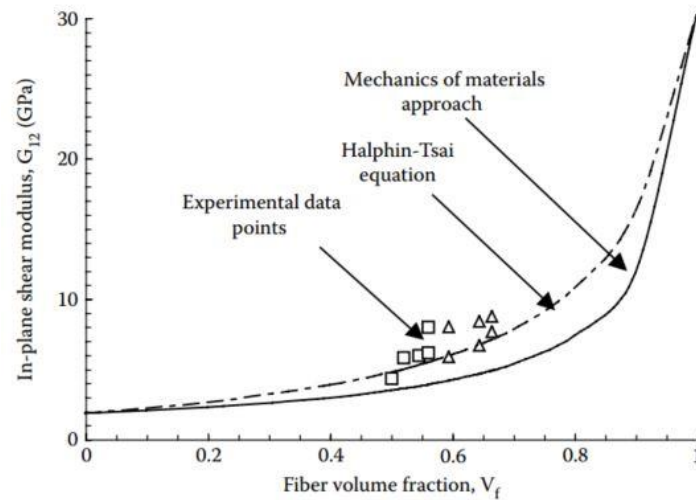


Figura 2.15. Comparación de los valores teóricos de G_{12} en una lámina unidireccional de Vidrio y Epoxi con los valores experimentales y los obtenidos de las ecuaciones de Halpin-Tsai en función del volumen de fibra [5]

En la Figura 2.15, al igual que en el caso anterior, las ecuaciones de Halpin-Tsai demuestran acercarse más a los valores experimentales que a los teóricos, en este caso analizados para el módulo a cortadura.

En este proyecto estas ecuaciones de Halpin-Tsai se emplearán para obtener estimaciones más exactas del factor de refuerzo para diferentes modelos con varias distribuciones y geometrías de fibra. Para ello, a través de un software que emplea el método de los elementos finitos, se simularán los diferentes modelos obteniendo el valor de E_2 de cada uno de ellos para, posteriormente, poder calcular el factor de refuerzo.

Capítulo 3. Problema a Resolver

3.1 Aplicación de las ecuaciones de Halpin-Tsai

El objetivo del proyecto es obtener el factor de refuerzo, parámetro presente en las ecuaciones de Halpin-Tsai, de un material compuesto laminado con diferentes geometrías, distribuciones y porcentajes de fibras continuas y unidireccionales.

Como se explicó en el punto 2.4.3, las ecuaciones de Halpin-Tsai sirven para obtener propiedades elásticas como E_2 o G_{12} de materiales compuestos, siendo el factor de refuerzo siempre un parámetro dado de dichas ecuaciones. En este caso, como se pretende conseguir valores más exactos del factor de refuerzo, es necesario conocer previamente las propiedades elásticas, E_2 o G_{12} , para luego, estimar dichos valores.

Por tanto, se usarán las ecuaciones de Halpin-Tsai, 2.13 y 2.14, asignándole a la variable M el módulo de Young; de tal forma que las ecuaciones específicas que se van a utilizar en la resolución del problema quedarían de la siguiente forma:

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{1 + \xi \cdot \eta \cdot V_f}{1 - \eta \cdot V_f} \quad (3.1)$$

donde,

$$\eta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi} \quad (3.2)$$

Las diferentes variables de estas ecuaciones son:

- E_f : es el módulo de Young de la fibra que tiene un valor de 250 GPa para la fibra de carbono [2].
- E_m : es el módulo de Young de la matriz cuyo valor es de 5 GPa para la resina epoxi [2].
- V_f : fracción de volumen de la fibra.
- ξ : factor de refuerzo. Es la incógnita del problema.
- η : parámetro de la ecuación en la que también se encuentra la incógnita del problema, ξ .
- E_2 : es el módulo de Young transversal de cada modelo de estudio. Para obtenerlo se hará uso del método de los elementos finitos.

3.2 Obtención de E_2

Suponiendo un comportamiento elástico lineal y aplicando las leyes de Hooke generalizadas en una lámina ortotrópica se tiene:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Al tratarse de un material compuesto laminado con fibras largas unidireccionales se consideran condiciones de deformación plana. Esto implica que $\varepsilon_1=0$, $\gamma_{31}=0$ y $\gamma_{12}=0$.

Por otro lado, como solo se aplica una deformación en una de las direcciones transversales a la fibra, en la otra dirección las tensiones son nulas. Esto es que $\sigma_3=0$ y $\tau_{23}=0$.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, el sistema matricial se puede reducir a:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Del sistema matricial de 3.4 se saca la primera ecuación:

$$\sigma_1 = -\frac{S_{12}}{S_{11}} \cdot \sigma_2 \quad (3.5)$$

Sustituyendo S en la ecuación 3.5 por las constantes elásticas de tal forma que $S_{12}=-\nu_{12}/E_1$ y que $S_{11}=1/E_1$ se tiene que:

$$\sigma_1 = \nu_{12} \cdot \sigma_2 \quad (3.6)$$

A continuación, introduciendo la ecuación 3.6 en la segunda ecuación del sistema matricial 3.4 se tiene que:

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{12}^2}{E_1} \right) \cdot \sigma_2 \quad (3.7)$$

Finalmente, de la ecuación 3.7 se puede despejar el módulo de Young transversal, de tal forma que la expresión para calcular E_2 sería la siguiente:

$$E_2 = \frac{E_1 \cdot \sigma_{22}}{E_1 \cdot \varepsilon_{22} + \nu_{12}^2 \cdot \sigma_{22}} \quad (3.8)$$

donde:

- E_1 : es el módulo de Young o módulo de elasticidad en la dirección de la fibra. Se obtiene a partir del módulo de Young de la fibra, E_f , y de la matriz, E_m , y de la fracción de volumen de fibra, V_f , haciendo uso de la regla de las mezclas:

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m \cdot (1 - V_f) \quad (3.9)$$

El enunciado de la regla de las mezclas dice que las propiedades de un material compuesto son función de la fracción de volumen de cada material dentro del mismo [4]. Para poder aplicarla, es necesario que las fibras sean continuas y unidireccionales.

- ε_{22} : es la deformación uniforme aplicada en el lateral del cuadrilátero de la matriz. Esta deformación se obtiene dividiendo el desplazamiento del lateral del cuadrilátero entre la longitud inicial de la base del mismo:

$$\varepsilon_{22} = \frac{\Delta L_2}{L_2} \quad (3.10)$$

Las condiciones de contorno y el desplazamiento lateral del cuadrilátero provocado por la deformación aplicada se muestran en la Figura 3.1.

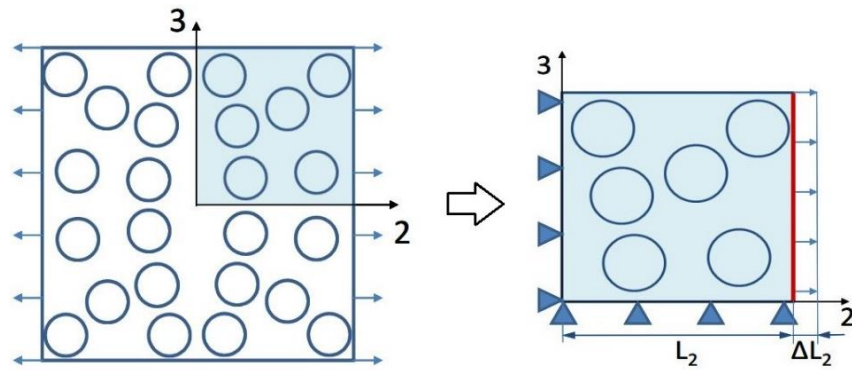


Figura 3.1. Condiciones de contorno y desplazamiento del cuadrilátero [2]

- ν_{12} : es el coeficiente de Poisson principal del material compuesto. Se obtiene a partir del coeficiente de Poisson de la fibra, ν_f , y de la matriz, ν_m , y de la fracción de volumen de fibra, V_f , haciendo uso de la regla de las mezclas:

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot V_f + \nu_m \cdot (1 - V_f) \quad (3.11)$$

- σ_{22} : es la tensión en la dirección transversal a la fibra. Esta tensión se obtiene dividiendo el sumatorio de las reacciones en los nodos laterales entre la sección lateral del cuadrilátero:

$$\sigma_{22} = \frac{\sum F_{\text{Reacciones en nodos laterales}}}{A_{\text{Lateral}}} \quad (3.12)$$

Al tratarse de un modelo 2D, la sección lateral, A_{Lateral} , coincide con la dimensión del lado del cuadrilátero.

En cuanto a las reacciones en los nodos laterales, $F_{\text{Reacciones en nodos laterales}}$, es necesario emplear el método de los elementos finitos para obtener dichos valores. Es decir, esta es la variable de la ecuación de E_2 que se debe obtener mediante las simulaciones realizadas con Abaqus, como se muestra en la Figura 3.2.

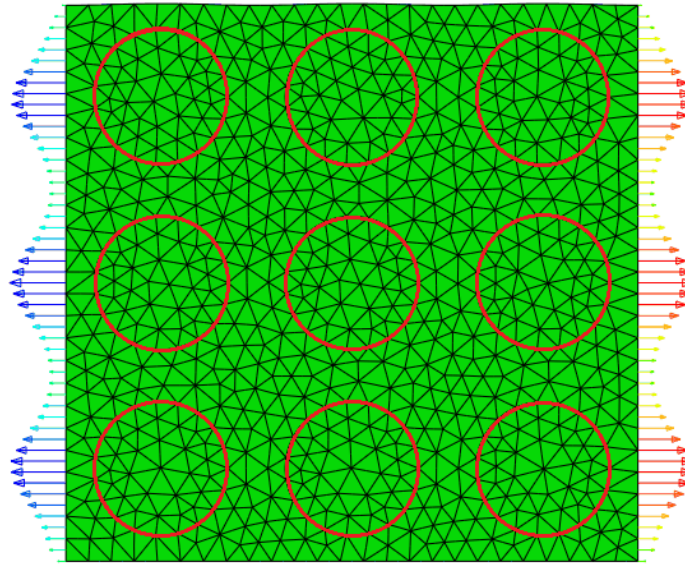


Figura 3.2. Reacciones en nodos laterales obtenidas con el programa de cálculo Abaqus
en un modelo con un 40% de fibra circular en distribución cuadrada

3.3 Obtención del factor de refuerzo, ζ

Una vez se conoce el valor de E_2 , es posible calcular el factor de refuerzo haciendo uso de las ecuaciones de Halpin-Tsai, ecuaciones 3.1 y 3.2.

Como se trata de un sistema no lineal, debido a que el factor de refuerzo también se encuentra presente en el parámetro η , es necesario realizar un cálculo iterativo de ξ hasta que la solución llegue a converger.

El cálculo iterativo para la obtención del factor de refuerzo se programará en el script después de las líneas de código que permiten obtener el valor del módulo de elasticidad transversal de cada modelo. Para ello, hay que seguir el diagrama de flujo que se explicará en el desarrollo del modelo numérico, en el punto 4.5 de este proyecto.

Capítulo 4. Generación del Script

4.1 Introducción

En esta parte del proyecto se explican tanto las herramientas empleadas como el proceso llevado a cabo para realizar el script del programa que nos permitirá obtener el factor de refuerzo de cada uno de los casos de estudio.

En primer lugar, se describen los programas empleados para generar, modificar e implementar el script. El primero es Abaqus/CAE 6.12, un programa que permite el análisis de modelos mecánicos mediante el método de los elementos finitos, y el segundo es Brackets, un editor de códigos que soporta distintos lenguajes de programación.

Posteriormente, se explican todos los pasos para generar el modelo numérico de cada uno de los casos de estudio empleando Abaqus y Brackets simultáneamente, trabajando sobre el código.

4.2 FEA Software: Abaqus

El software empleado en este proyecto para llevar a cabo las simulaciones del problema planteado es el Abaqus/CAE 6.12. Se trata de un programa que utiliza el método de los elementos finitos para realizar el análisis del problema. En este apartado se explica en qué consiste este método y cómo es el funcionamiento y la estructura de Abaqus.

4.2.1 Método de los Elementos Finitos o MEF

El método consiste en subdividir un sólido dado, sometido a un sistema de cargas y a unas condiciones de contorno, en pequeños elementos interconectados entre sí por medio de nodos, de tal forma que supone que el campo de desplazamientos de cada elemento puede expresarse en función de los desplazamientos de los nodos del elemento. Al conjunto de todos estos elementos interconectados entre sí se le denomina malla.

A continuación, se determina la matriz de rigidez de cada elemento y se ensamblan para obtener los desplazamientos en los nodos. Ahora ya se pueden obtener las tensiones y deformaciones dentro de cada elemento [14]. La ecuación fundamental de este método es:

$$\{F\} = [K] \cdot \{u\} \quad (4.1)$$

donde $\{F\}$ es el vector de cargas, es decir, el vector de las fuerzas y las reacciones que actúan sobre el sólido en cada uno de los nodos. La matriz $[K]$ es la matriz de rigidez del sistema que se obtiene a partir de las matrices de rigidez en ejes locales de cada nodo. Por último, $\{u\}$ es el vector de desplazamientos de cada uno de los nodos del sólido.

Una vez se tiene la matriz $[K]$, si cambian las condiciones de contorno o las fuerzas que actúan sobre el mismo sólido, la resolución es más rápida y sencilla, pues solo habría que modificar los vectores $\{F\}$ y $\{u\}$.

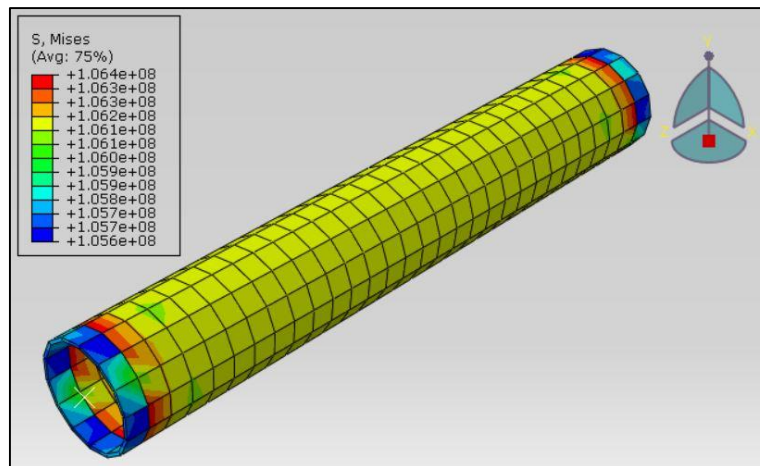


Figura 4.1. Análisis tensional de un cilindro de pequeño espesor mediante el método de los elementos finitos con Abaqus/CAE

La precisión de este método depende de la cantidad de nodos y del tipo de mallado. Cuanto mayor sea el número de nodos, los resultados serán más precisos aunque el tiempo de análisis para llegar a la solución también será mayor [14].

4.2.2 Abaqus UNIFIED FEA

Abaqus UNIFIED FEA es una suite de programas de elementos finitos de Simulia que se compone de los siguientes programas [15]:

- **Abaqus/CAE:** con Abaqus CAE se puede crear, editar, monitorear, diagnosticar y visualizar los análisis. La interfaz integra modelado, análisis, gestión y visualización de resultados.

Se puede crear una geometría determinada, importar modelos CAD de Catia, Pro/Engineer o SolidWorks, o incluso importar un script desarrollado en lenguaje Python.



Figura 4.2. Ventana de inicio de Abaqus/CAE

- **Abaqus/Standard:** solución para análisis estáticos y dinámicos de baja velocidad, donde la localización de concentración de esfuerzos es crítica.
- **Abaqus/Explicit:** simula y resuelve eventos dinámicos o de conducta no lineal como los que pueden aplicarse a productos de consumos electrónicos, automotrices o balísticos, donde se involucre caída libre, choques e impactos.
- **Abaqus/CFD:** proporciona avanzadas capacidades computacionales de dinámica de fluidos con un amplio soporte para el preprocesamiento y postprocesamiento proporcionado en Abaqus/CAE.

4.2.3 El script de Abaqus

En ocasiones es necesario realizar múltiples simulaciones de un modelo modificando ciertas variables como la longitud de la matriz o el diámetro de la fibra. También puede ser necesario cambiar el número de elementos que hay en el sketch de un modelo, por ejemplo, al variar el número de fibras presentes en la matriz. La mejor opción es parametrizar todas las variables y/o incluir ciclos que permitan

repetir ciertas operaciones sin necesidad de llevarlas a cabo manualmente a través del programa. Para ello, se puede acceder al script de un modelo y editarlo.

Desde Abaqus se puede crear un modelo sencillo de tal forma que, al guardarlo, el programa genera varios archivos. Uno de ellos tiene la extensión “.jnl”, siendo éste el script generado del modelo. Para poder manejar este archivo, le cambiamos el formato dándole una extensión “.py”, que nos permitirá leer o modificar el script en lenguaje Python. Para leer el código y editarlo es necesario un software adicional.

Brackets es el editor de códigos utilizado para este proyecto. Como se explicará en el apartado 4.3, este programa es gratuito, fácil de usar y permite manejar diferentes lenguajes de programación, entre ellos Python.

Una vez se ha editado el script con Brackets, se guarda el archivo “.py” y se importa desde Abaqus, con la opción “Run Script”, para compilar el programa y poder visualizar los cambios.

4.3 Editor de códigos: Brackets

Brackets es un editor de códigos de carácter gratuito que soporta diferentes lenguajes de programación. Este editor ha sido desarrollado por Adobe Systems desde el año 2011, siendo su objetivo principal el desarrollo web [16].

Se distribuye bajo licencia MIT y tiene un ritmo de desarrollo muy rápido. Desde diciembre de 2011 cada mes se publicaba una nueva versión hasta alcanzar la 1.0 que se publicó en noviembre de 2014. Más tarde, salía una nueva actualización cada tres meses aproximadamente. Desde marzo de 2017 se encuentra disponible la versión 1.9.

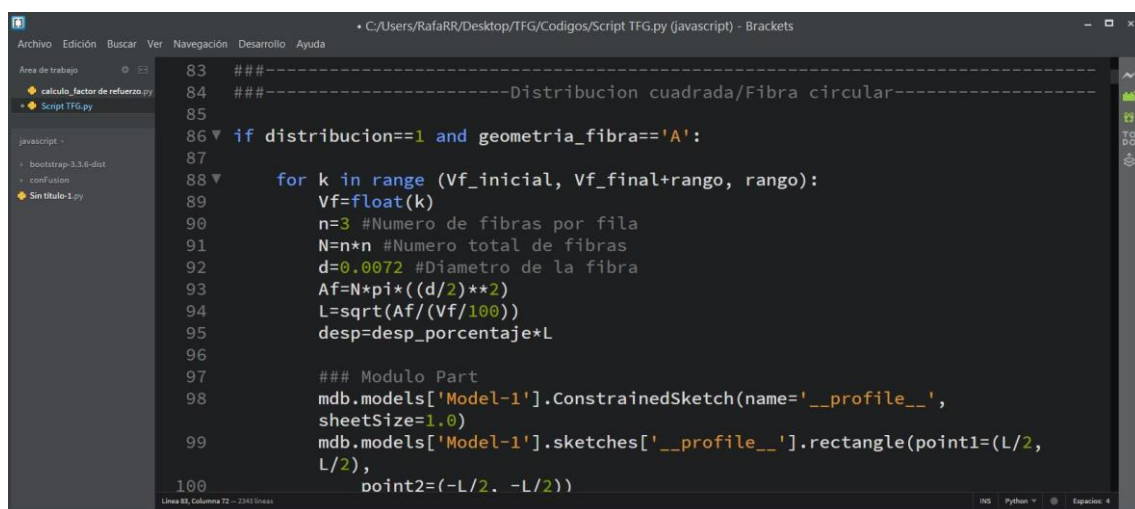


Figura 4.3. Interfaz de Brackets

Este editor está escrito en lenguajes HTML, CSS y JavaScript y permite su utilización en diferentes sistemas operativos como Windows, Linux y macOS. Tiene una interfaz limpia, minimalista y moderna, siendo su uso intuitivo y dinámico [16].

4.4 Lenguaje de programación: Python

El lenguaje de programación empleado en este proyecto es Python, ya que es el código con el que trabaja Abaqus. En concreto utiliza una versión de la serie 2.0 de Python.

Python es un lenguaje de programación muy versátil e intuitivo. Es un lenguaje interpretado que usa tipado dinámico y es multiplataforma [17]. Fue creado por Guido van Rossum a finales de los 80 y su primera versión pública, la 0.9.0, fue lanzada en febrero de 1991. Desde entonces han ido surgiendo diferentes actualizaciones hasta la última, la versión 3.6.1, lanzada a principios de este año.

El desarrollo de Python es administrado por la fundación "Python Software Foundation" y llevado a cabo por un colectivo de programadores, aunque Guido van Rossum sigue dirigiendo el desarrollo. Python tiene una licencia de código abierto, pudiendo distribuirse libremente.

4.5 Desarrollo del modelo numérico

En este apartado se explica paso por paso el desarrollo del script y cómo, a partir de este, se obtienen los resultados. Para ello se sigue el diagrama de procesos de la Figura 4.4.

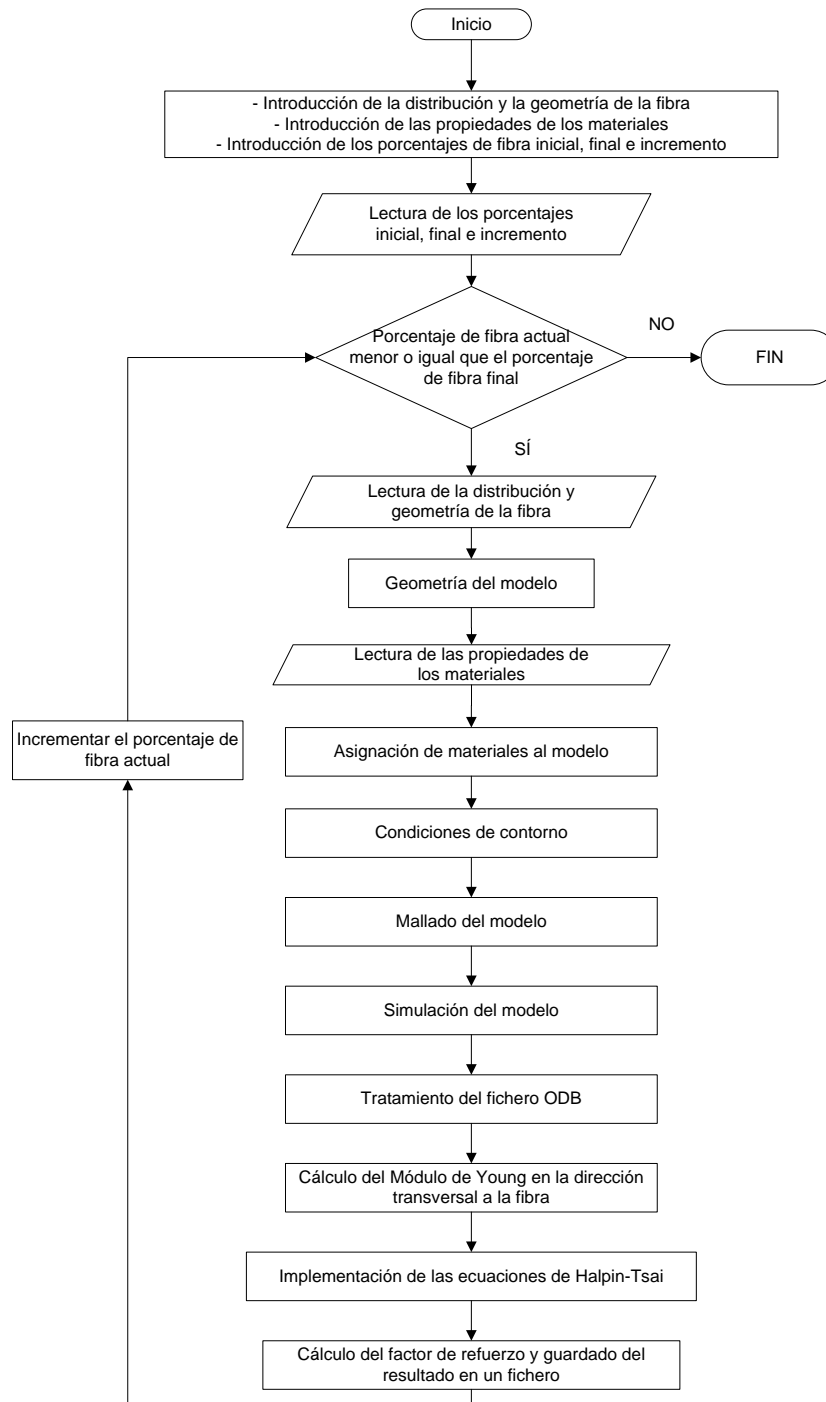


Figura 4.4. Diagrama de procesos de la construcción del script

4.5.1 Módulo Part: Sketch

En este primer módulo se realiza la geometría del modelo a través de un sketch. Para ello, se crea un elemento denominado "Part" de tipo 2D (plano) y deformable, que será donde se dibuje el cuadrilátero de la matriz y las diferentes geometrías que conforman las fibras.

4.5.1.1 Desarrollo de la geometría del cuadrilátero

Una vez definido el tipo de módulo "Part", se inicia el sketch de Abaqus y se dibuja un cuadrado cualquiera. Posteriormente, hay que abrir el script del programa para asignarle a la dimensión del cuadrilátero una variable cuyo valor irá cambiando al variar la fracción de volumen de fibra.

- En distribución cuadrada

En el caso de fibras con distribución cuadrada, la matriz es un cuadrado cuya dimensión específica es la variable "L", que será el lado del mismo y que irá cambiando en cada simulación al variar el porcentaje de fibra. Por tanto, esta variable depende del área total de fibra, A_f , y de la fracción de volumen de fibra, V_f :

$$L = \sqrt{\frac{A_f}{V_f}} \quad (4.2)$$

Una vez definida la variable "L", el cuadrado queda dibujado a partir de dos puntos mediante el siguiente comando:

```
"mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].rectangle(point1=(L/2, L/2),  
point2=(-L/2, -L/2))"
```

- En distribución hexagonal

Para el caso de fibras con distribución hexagonal, el cuadrilátero será un rectángulo para poder albergar el mismo número de fibras que en la distribución cuadrada. Al tratarse de un rectángulo, se tienen dos variables: la base del rectángulo, "L₂", y el lateral del mismo, "L₃". Ambas variables cambiarán de forma proporcional a medida que varía el porcentaje de fibra mediante una constante de proporcionalidad, "f". Las expresiones para el cálculo de estas variables son:

$$L_2 = \sqrt{\frac{A_f}{V_f}} \quad (4.3)$$

$$L_3 = \frac{L_2}{f} \quad (4.4)$$

Finalmente, el rectángulo del modelo queda dibujado a partir de dos puntos mediante el siguiente comando:

```
"mdb.models['Model-1'].sketches['__profile__'].rectangle(point1=(L2/2, L3/2),  
point2=(-L2/2, -L3/2))"
```

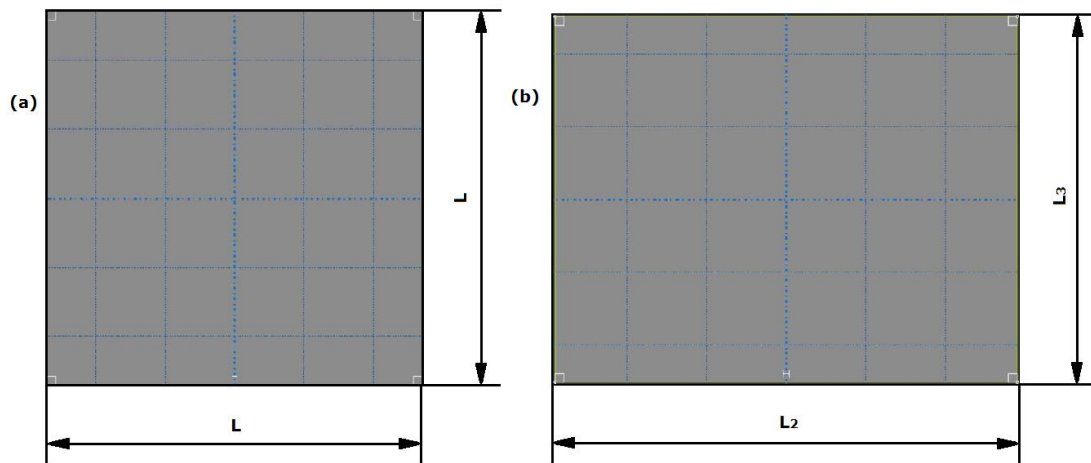


Figura 4.5. Geometría del cuadrilátero que forma la matriz: (a) matriz cuadrada para los modelos con fibras en distribución cuadrada (b) matriz rectangular para los modelos con fibras en distribución hexagonal

4.5.1.2 Desarrollo de la geometría de la fibra

Para la realización de la fibra es necesario crear en primer lugar una partición en el cuadrilátero, de tal forma que cualquier geometría realizada en el interior del mismo será considerada por el programa como un elemento independiente y anclado al cuadrilátero.

El siguiente paso es definir en el script ciertas variables y constantes como:

- N: número total de fibras del modelo. En ambas distribuciones se tiene un total de 9 fibras, valor que se mantiene constante al variar la fracción de volumen de fibra.

- d: diámetro de las fibras circulares. Este valor no varía, pues se considera que la fibra de carbono tiene un diámetro medio de 7,2 μm [2].
- l: lado del polígono que forma la fibra. Se obtiene igualando el área de una fibra circular al área del polígono considerado en cada caso.

Tabla 4.1. Lado del polígono triangular, cuadrado, pentagonal y hexagonal que forma la fibra en función del diámetro medio de una fibra circular

Dimensión del lado del polígono			
Fibra Triangular	Fibra Cuadrada	Fibra Pentagonal	Fibra Hexagonal
$l = \sqrt{\frac{\pi \cdot d^2}{2 \cdot \sin 60}}$	$l = \sqrt{\frac{\pi \cdot d^2}{4}}$	$l = \sqrt{\frac{\pi \cdot d^2 \cdot \tan 36}{5}}$	$l = \sqrt{\frac{\pi \cdot d^2 \cdot \tan 30}{6}}$

- A_f : área total de fibra. Esta variable depende de la geometría de la fibra y del número total de fibras presentes en el material que, en este proyecto, serán nueve en todos los casos.
- V_f : fracción de volumen de fibra que hay en la matriz. Se realizarán múltiples simulaciones de cada modelo variando el porcentaje de fibra. Para variar este porcentaje, se cambia la dimensión del cuadrilátero y, por consiguiente, la separación entre fibras, pero el número de estas permanece constante.

Además, cada modelo tiene un porcentaje máximo distinto de fibra antes de que lleguen a solaparse debido a la geometría de la misma. El modelo con fibras de geometría triangular, por ejemplo, tiene un volumen de fibras máximo de un 40%, muy inferior al resto de modelos. Los triángulos permiten una compactación muy limitada.

Por último, se crea un ciclo dentro del script para que el programa dibuje de forma automática todas las fibras insertadas en el cuadrilátero.

- Fibras en distribución cuadrada

Para programar la distribución cuadrada de la fibra en el script, es necesario conocer cómo es la geometría de dicha distribución. Esta resulta sencilla, pues en el centro de cada fibra se encuentra un vértice del cuadrado que formarían, de tal forma que la distancia horizontal y vertical entre fibras es la misma.

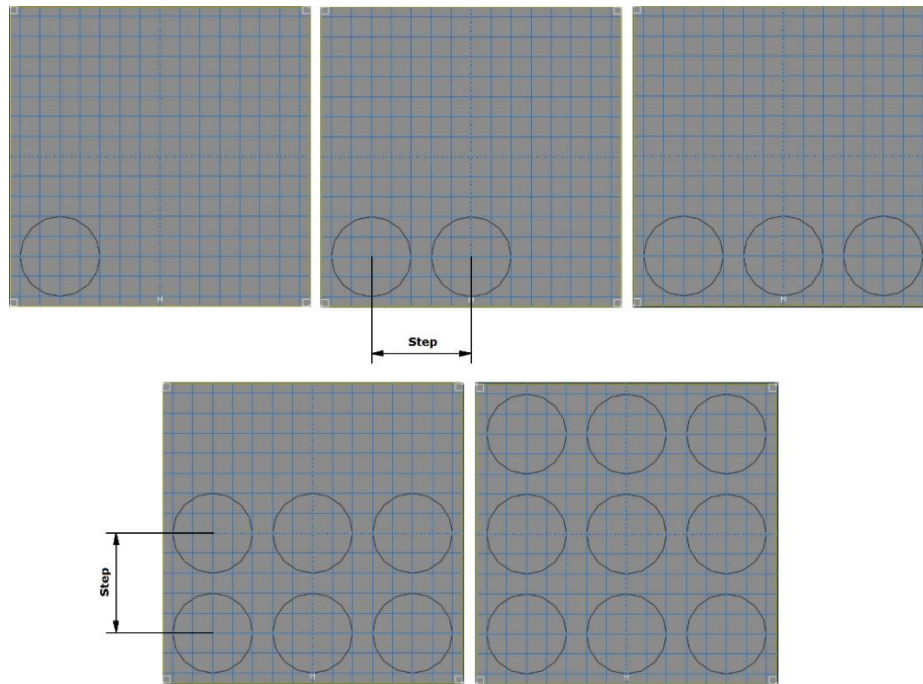


Figura 4.6. Construcción de fibras circulares siguiendo una distribución cuadrada.

En la Figura 4.6 se representa la construcción de un modelo con un 40% de fibras circulares en distribución cuadrada. El "step" es la distancia entre los centros de las fibras vecinas. Por tratarse de una distribución cuadrada, la distancia vertical y horizontal entre centros es la misma.

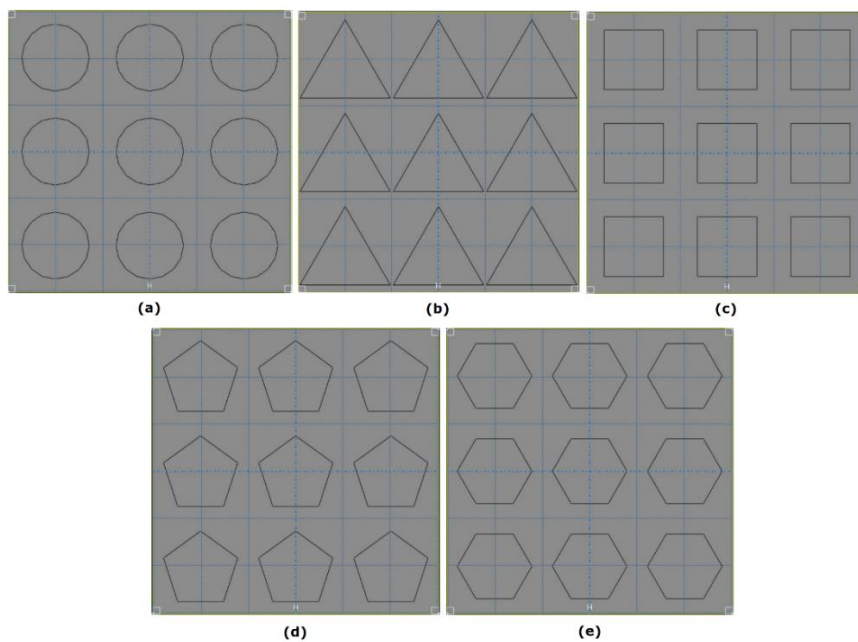


Figura 4.7. Sketch con un 40% de fibras en distribución cuadrada: (a) fibras circulares (b) fibras triangulares (c) fibras cuadradas (d) fibras pentagonales (e) fibras hexagonales

En la Figura 4.7 se representa el sketch de las diferentes geometrías de fibra analizadas en este proyecto para un 40% de fibra en distribución cuadrada.

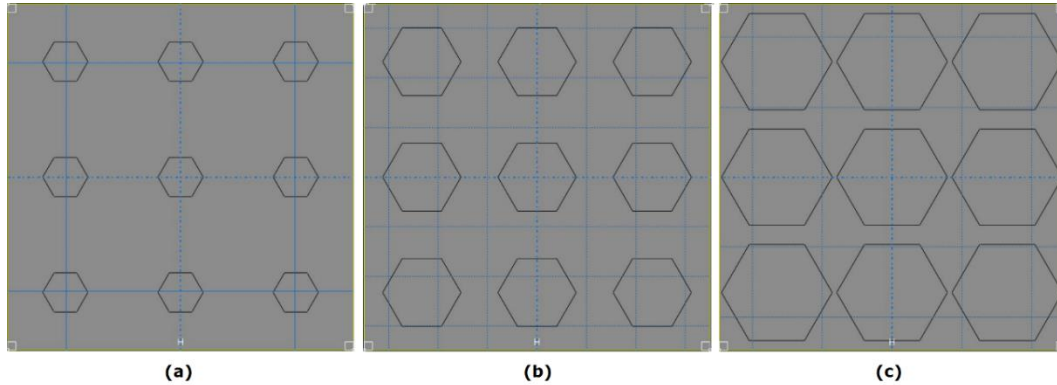


Figura 4.8. Sketch con fibras hexagonales en distribución cuadrada: (a) 10% de fibra (b) 30% de fibra (c) 60% de fibra

En la Figura 4.8 se representa un ejemplo de cómo varía el sketch de un modelo al cambiar el porcentaje de fibra. En concreto, se trata de un modelo con fibras hexagonales en distribución cuadrada con diferentes fracciones de volumen de fibra.

- Fibras en distribución hexagonal

Para programar la distribución hexagonal de la fibra en el script, es necesario conocer cómo es la geometría de dicha distribución. En el centro de cada fibra se encuentra un vértice del hexágono que formarían o, lo que es lo mismo, del triángulo equilátero que constituirían tres fibras vecinas (Figura 4.9). Por tanto, como la altura de un triángulo equilátero no mide igual que el lado del mismo, la distancia horizontal entre fibras es diferente que la distancia vertical.

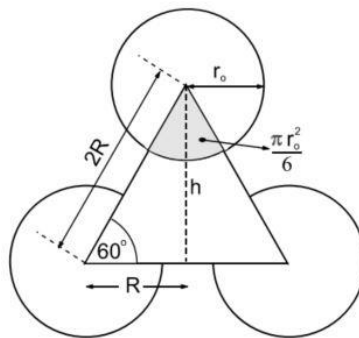


Figura 4.9. Geometría de la distribución hexagonal de la fibra [18]

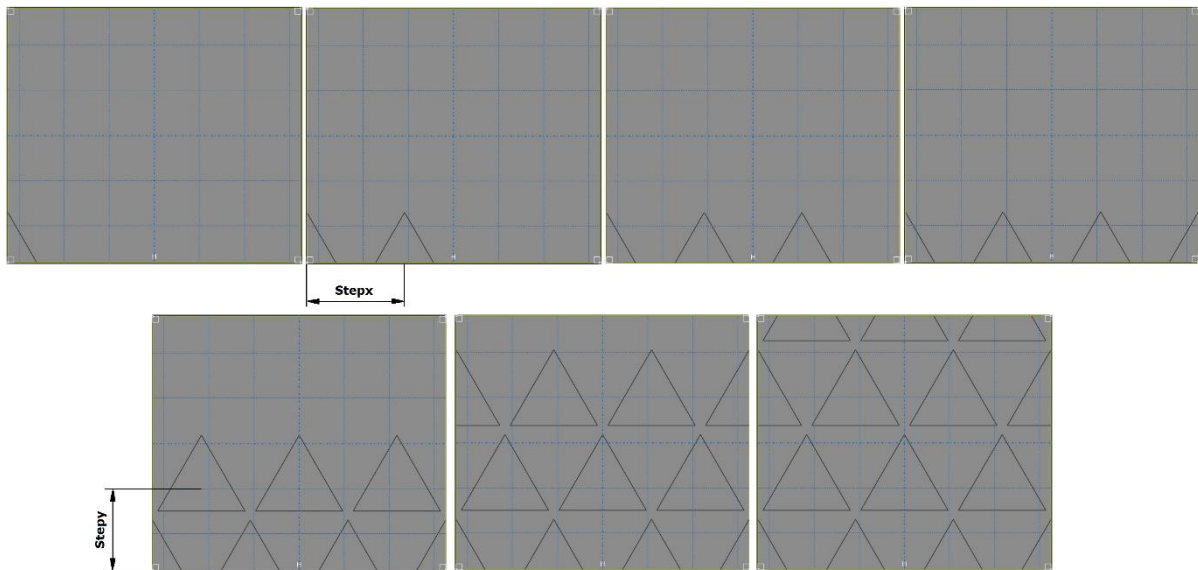


Figura 4.10. Construcción de fibras triangulares siguiendo una distribución hexagonal.

En la Figura 4.10 se representa la construcción de un modelo con un 40% de fibras triangulares en distribución hexagonal. El "stepx" es la distancia horizontal entre los baricentros de las fibras triangulares o, lo que es lo mismo, la base del triángulo equilátero ficticio de la distribución hexagonal. El "stepy" es la distancia vertical entre baricentros o la altura del triángulo ficticio de la distribución.

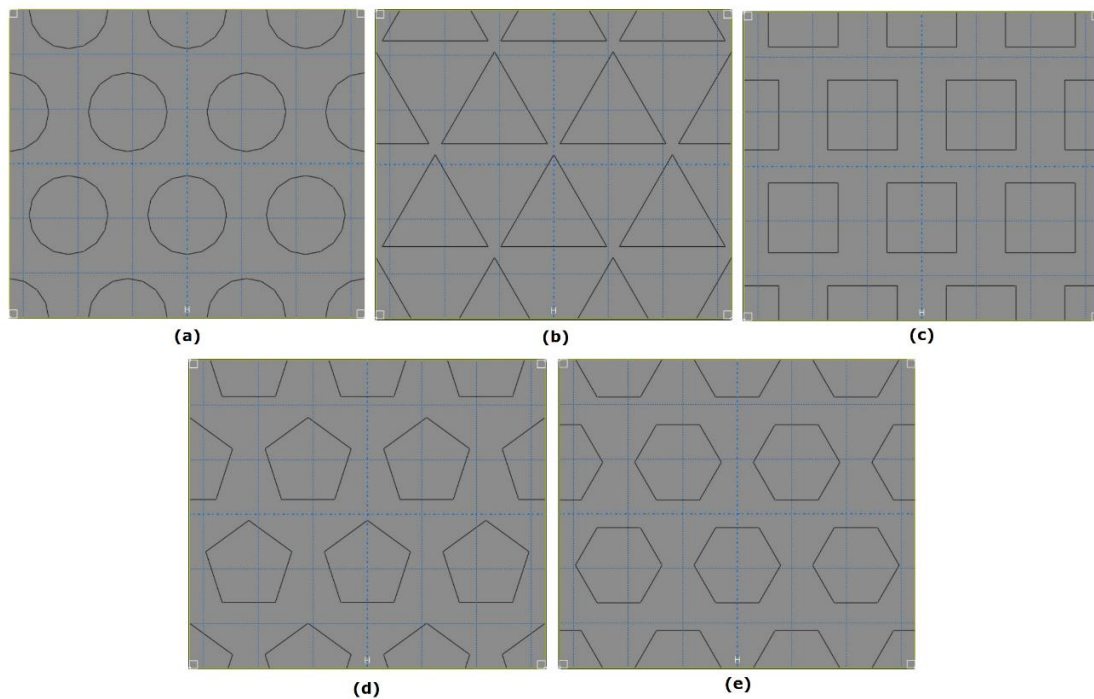


Figura 4.11. Sketch con fibras en distribución hexagonal: (a) fibras circulares (b) fibras triangulares (c) fibras cuadradas (d) fibras pentagonales (e) fibras hexagonales

En la Figura 4.11 se representa el sketch de las diferentes geometrías de fibra analizadas en este proyecto para un 40% de fibra en distribución hexagonal.

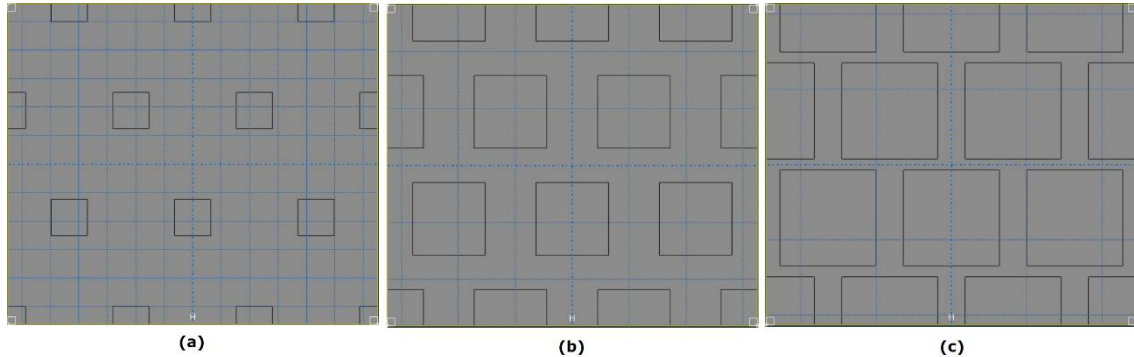


Figura 4.12. Sketch con fibras cuadradas en distribución hexagonal: (a) 10% de fibra (b) 40% de fibra
(c) 70% de fibra

En la Figura 4.12 se representa un ejemplo de cómo varía el sketch de un modelo con fibras cuadradas en distribución hexagonal al cambiar el porcentaje de fibra.

4.5.2 Módulo Property

En este módulo se indican las propiedades mecánicas de los materiales, se crean las secciones y se le asigna un material a cada sección.

Las propiedades mecánicas que se introducen en el programa son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson correspondientes a un modelo elástico, y la densidad. Las propiedades de la resina epoxi que conforma la matriz del material compuesto son [2]:

- E_m (módulo de Young de la matriz)= 5 GPa
- ν_m (coeficiente de Poisson de la matriz)=0,38
- ρ_m (densidad de la matriz)=1,17 g/cm³

Las propiedades de la fibra de carbono que conforma el refuerzo del material compuesto son [2]:

- E_f (módulo de Young de la fibra)= 250 GPa
- ν_f (coeficiente de Poisson de la fibra)=0,30

$$-\rho_f \text{ (densidad de la fibra)} = 1,75 \text{ g/cm}^3$$

En cuanto a las secciones, estas permiten dividir un modelo en varios elementos a los que se les pueden asignar diferentes propiedades. Desde Abaqus se crean dos secciones de tipo sólido y homogéneo: una denominada "Section-matriz", a la que se le asigna el material epoxi, y la otra denominada "Section-fibra", con el material fibra de carbono. A continuación, hay que asignar ambas secciones a la geometría del modelo.

Desde el script se almacena en una variable las coordenadas de un punto cualquier de la matriz. Posteriormente, mediante el comando "findAt", el cual se utiliza para indicar en qué puntos el programa va a realizar una cierta operación, y la variable declarada anteriormente, el programa crea un "set" denominado "Set-matriz". Un "set" es una región o un conjunto de elementos del modelo de estudio sobre el que se pueden realizar diversas operaciones, como asignar una sección o establecer condiciones de contorno, por ejemplo. En este caso, al "Set-matriz" se le asigna la sección de la matriz creada anteriormente (Figura 4.13).

En el caso de las fibras es necesario almacenar un punto de cada una de ellas. Para ello, a medida que el programa va construyendo cada fibra, se almacena a su vez un punto de la misma en una matriz. Finalmente, mediante el comando "findAt" y las diferentes coordenadas de cada uno de los puntos, el programa crea otro "set" denominado "Set-fibra". A este "set" se le asigna la sección de la fibra creada anteriormente (Figura 4.13).

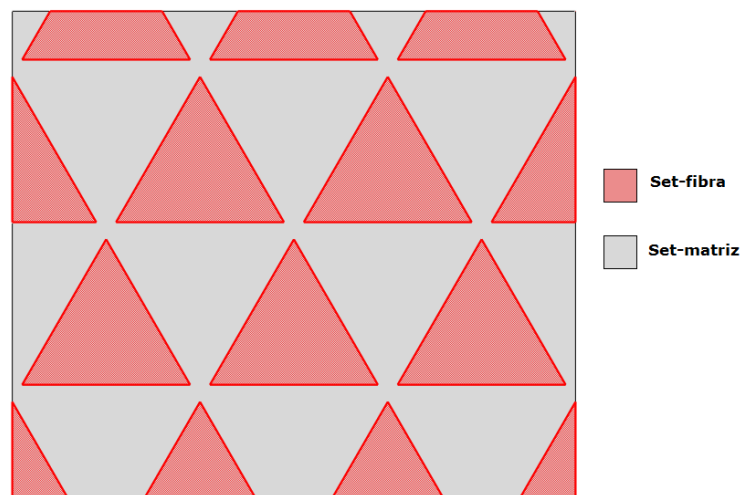


Figura 4.13. Asignación de las secciones de la matriz y la fibra en un modelo con un 40% de fibra triangular en distribución hexagonal

4.5.3 Módulos Assembly y Step

En el módulo Assembly lo que se busca es ensamblar las diferentes partes creadas en el módulo Part para poder mallarlas. Como en este caso tan solo hay una única "Part", el cuadrilátero con la fibra en su interior, se selecciona la opción de dependiente para que el programa realice directamente el mallado sobre la "Part" creada.

En el módulo Step hay que definir el tipo de problema que se va a resolver. En este caso, hay que indicarle al programa que se trata de un problema de tipo general y estático, ya que los diferentes modelos se analizan de forma cuasi-estática.

En este módulo también se seleccionan las variables de salida que el programa debe obtener. Por defecto, aparecen preseleccionadas variables de desplazamiento, deformación, tensión, etc. Como para este proyecto tan solo son necesarias las reacciones nodales, bastaría con seleccionar su correspondiente variable, sin embargo, también se calcularán las establecidas por defecto para poder visualizarlas.

4.5.4 Módulo Load

En este módulo se establecen las acciones o condiciones de contorno que actúan sobre el modelo.

Para establecer las condiciones de contorno es necesario indicar, en primer lugar, en qué partes del modelo deben situarse. Para ello, se deben crear tres "sets":

1. Un "set" en el lado izquierdo del cuadrilátero, "Set-eje-izquierdo". Para definirlo se emplea el comando "findAt" con diversos puntos situados en la línea vertical en $x=-L/2$, en el caso del cuadrado, y en $x=-L_2/2$, en el rectángulo de la distribución hexagonal.
2. Un "set" en la base del cuadrilátero, "Set-eje-abajo". En este caso, se toman varios puntos situados en la horizontal de $y=-L/2$ para el cuadrado y, para el rectángulo, $y=-L_3/2$.

3. Un último "set" en el lado derecho, "Set-eje-derecho". Los puntos que conforman este "set" se encuentran en $x=L/2$ en el cuadrado y en $x=L_2/2$ en el rectángulo.

Una vez definido cada "set", hay que aplicar las restricciones de movimiento y el desplazamiento tal y como se muestra en la Figura 4.14:

➤ **Desplazamiento**

Sobre el "set" del lateral derecho se aplica un desplazamiento en la dirección transversal a la fibra, u_2 , con un valor proporcional a la base del cuadrilátero de un 2% del mismo.

➤ **Restricciones de movimiento**

Sobre el "set" del lateral izquierdo se restringe el movimiento en la dirección 2, u_2 .

En el "set" de la base del cuadrilátero se restringe el movimiento en la dirección 3, u_3 .

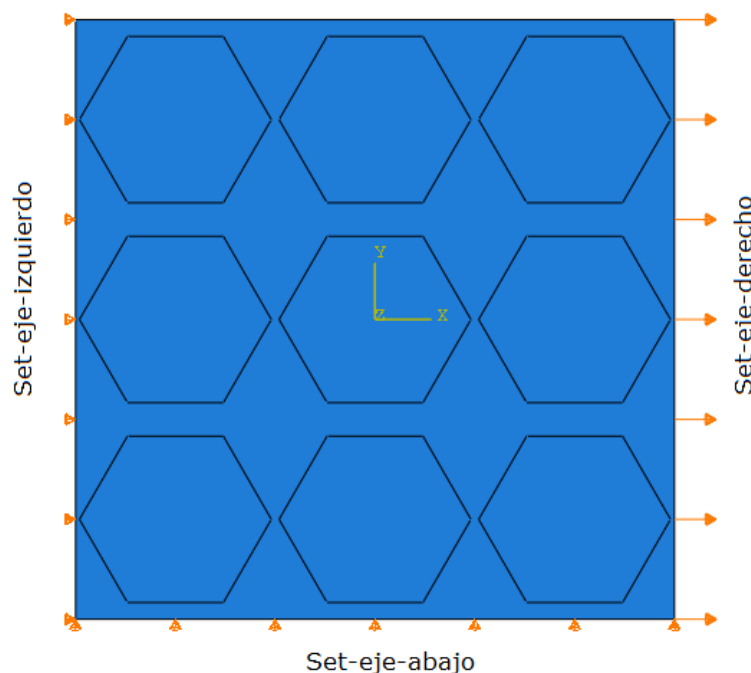


Figura 4.14. Condiciones de contorno aplicadas en cada uno de los "sets" creados en el cuadrado de la matriz en un modelo con un 60% de fibra hexagonal en distribución cuadrada

4.5.5 Módulo Mesh

En este módulo se realiza el mallado de cada uno de los modelos para su análisis por el método de los elementos finitos. Para ello, hay que discretizar el modelo en pequeños elementos interconectados entre sí. Estos elementos tienen una geometría y una dimensión específica que hay que indicar en el script.

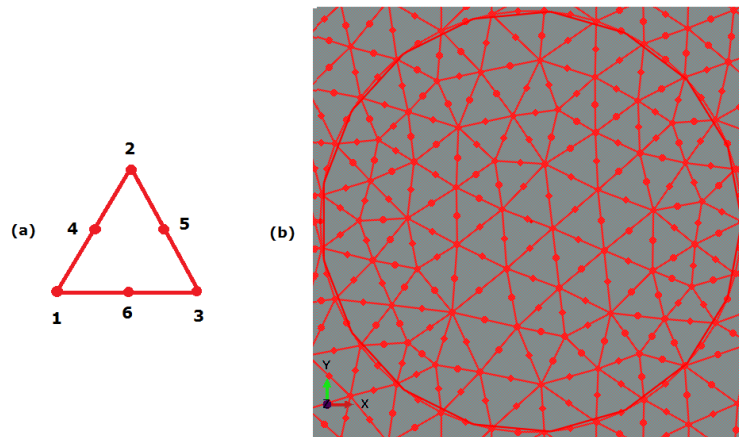


Figura 4.15. Mallado con elementos tipo CPE6M: (a) geometría y nodos de un elemento (b) ejemplo de una fibra circular discretizada

La geometría seleccionada para los elementos es de tipo triangular con interpolación cuadrática (elemento de tipo CPE6M); es decir, cada elemento es un triángulo con nodos en los vértices y en el punto medio de las aristas, como se muestra en la Figura 4.15 (a). Estos elementos se encuentran unidos entre sí formando el mallado del modelo, como se observa en la Figura 4.15 (b). Una vez elegido el tipo de elemento, queda indicar el tamaño del mismo.

Como al variar el porcentaje de fibra también varía la dimensión del cuadrilátero del modelo, es necesario que el tamaño de los elementos del mallado también cambie en cada simulación. Para ello, el tamaño del elemento se calcula dividiendo la longitud del lado del cuadrilátero entre el número de elementos que hay por lado.

Para conocer cuántos elementos por lado son necesarios para obtener una buena precisión de los resultados es necesario realizar un análisis de sensibilidad del mallado.

4.5.5.1 Análisis de sensibilidad del mallado

El análisis de sensibilidad del mallado se realiza para encontrar el tamaño del elemento y, con ello, el número de nodos del modelo, que garantiza una buena precisión de los resultados optimizando el tiempo de cálculo.

Este análisis se realiza una vez finalizado el script, para poder obtener los resultados del factor de refuerzo de un mismo modelo con diferentes mallados. En este caso, se estudia un modelo con un 50% de fibra circular en distribución cuadrada y hexagonal.

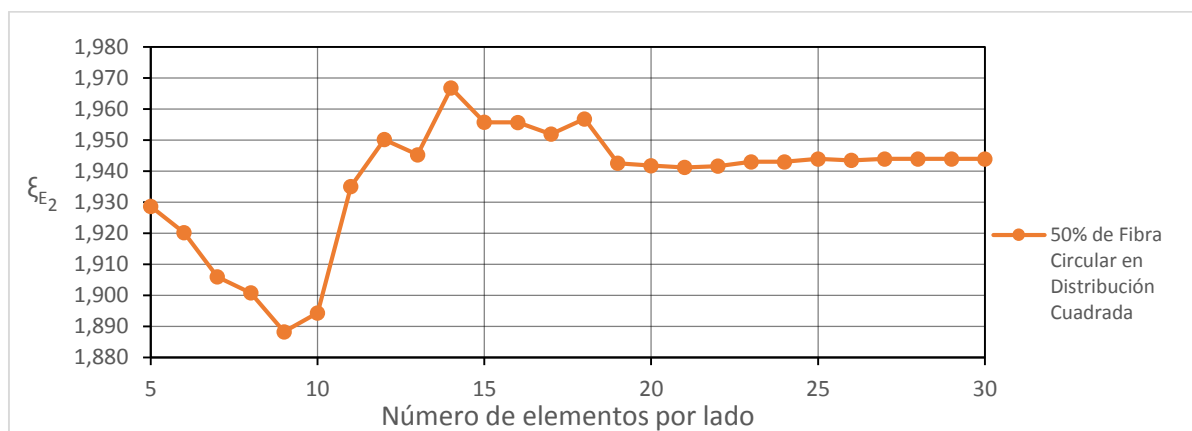


Figura 4.16. Análisis de sensibilidad del mallado en un modelo con 50% de fibra circular en distribución cuadrada

En la gráfica de la Figura 4.16 se representa el factor de refuerzo obtenido para un mismo modelo con un 50% de fibra circular en distribución cuadrada, realizando diferentes simulaciones variando el número de elementos por lado del mallado.

Como se puede observar en la gráfica, los resultados del factor de refuerzo comienzan a estabilizarse cuando en el mallado hay 20 elementos por lado; y es a partir de 25 elementos cuando se aprecia una mayor convergencia de la solución. En definitiva, el tamaño del elemento ("size") en cada simulación, en función del lado del cuadrado y del número de elementos por lado obtenido, se calcula mediante:

$$size = \frac{L}{25} \quad (4.5)$$

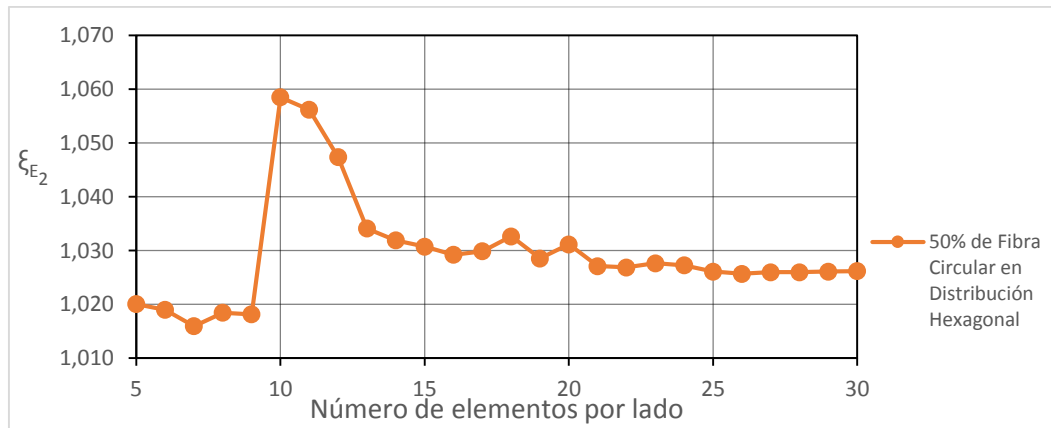


Figura 4.17. Análisis de sensibilidad del mallado en un modelo con 50% de fibra circular en distribución hexagonal

De igual forma se puede realizar el análisis de sensibilidad para el mismo modelo con distribución hexagonal. En este caso, se puede observar en la Figura 4.17 que el valor del factor de refuerzo empieza a estabilizarse a partir de 21 elementos y, al igual que en la distribución cuadrada, es a partir de 25 elementos por lado cuando se aprecia una mayor convergencia de la solución. Por tanto, el tamaño del elemento ("size") en cada simulación, en función del lateral del rectángulo, L_3 , y del número de elementos por lado obtenido, se calcula mediante:

$$size = \frac{L_3}{25} \quad (4.6)$$

En la Figura 4.18 se muestra el mallado resultante para el modelo con un 50% de fibra circular en distribución cuadrada y hexagonal.

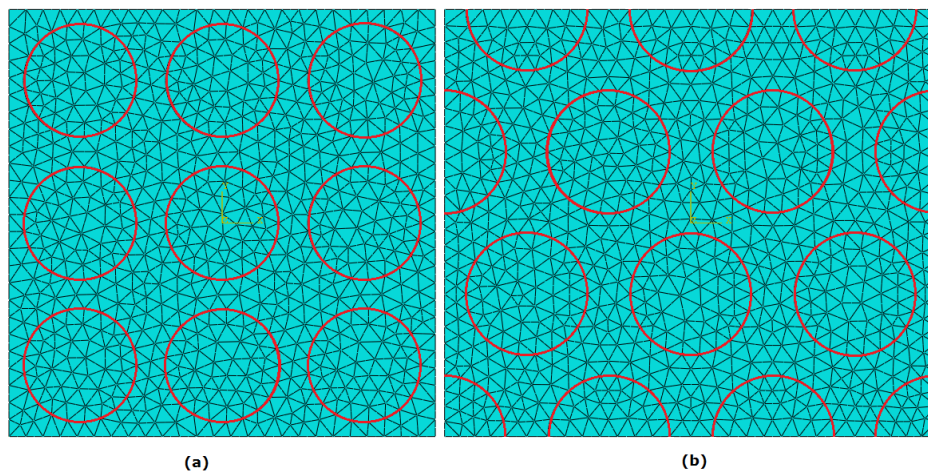


Figura 4.18. Mallado del modelo para un 50% de fibra circular: (a) distribución cuadrada con 3001 nodos, 1450 elementos y tamaño de elemento de 1,1 μm (b) distribución hexagonal con 3318 nodos, 1605 elementos y tamaño de elemento de 1,1 μm

4.5.6 Módulo Job y tratamiento del archivo ODB

En el módulo Job se lanza el análisis del modelo y se establecen las condiciones del lanzamiento. Una de las opciones que se puede indicar es el número de procesadores. Para este proyecto se han seleccionado 4 procesadores de tal forma que el cálculo se reparte agilizando el tiempo de simulación.

En el script generado, este módulo realiza las simulaciones de cada porcentaje de fibra de manera automática. En la Figura 4.19 se muestran los modelos lanzados y guardados de manera automática para diferentes porcentajes de fibra cuadrada en distribución hexagonal.

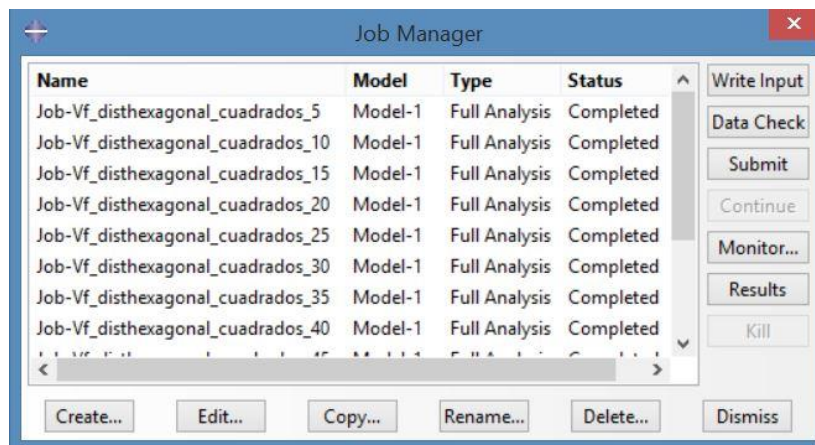


Figura 4.19. Simulaciones realizadas de diferentes porcentajes de fibra de un modelo con fibras cuadradas en distribución hexagonal

Cuando el módulo Job realiza una simulación, genera una serie de archivos con diferentes extensiones que se guardan en la carpeta establecida como directorio de trabajo. Uno de estos archivos, denominado ODB, contiene los resultados obtenidos del análisis.

El archivo ODB, "OpenDocument Database", es el archivo que Abaqus genera de forma automática en cada simulación y es donde se guardan todos los resultados.

Desde Abaqus se puede importar el fichero ODB y directamente visualizar los resultados de las simulaciones desde el módulo Visualization. En la Figura 4.20 se muestra un ejemplo de la visualización que el programa genera de las reacciones nodales para un modelo con un 40% de fibras cuadradas en distribución cuadrada.

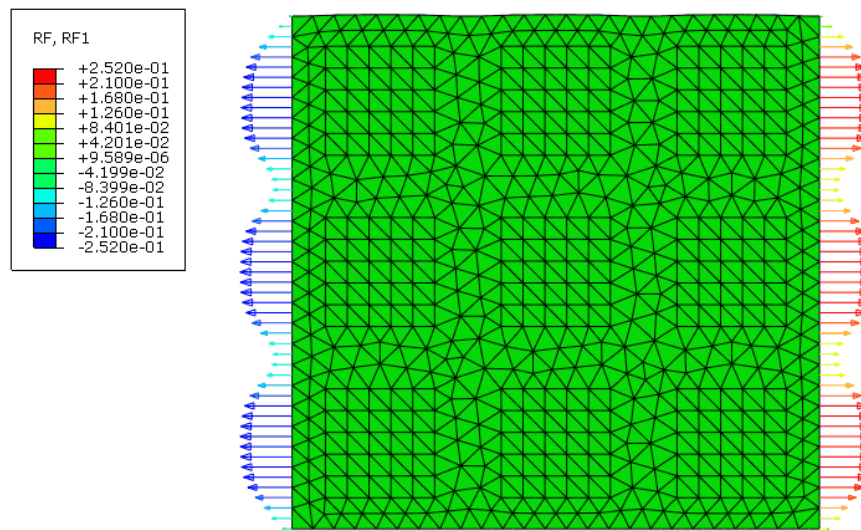


Figura 4.20. Reacciones en los nodos laterales para un modelo con un 40% de fibra cuadrada en distribución cuadrada

Además de las reacciones nodales, se pueden visualizar los resultados de las tensiones, deformaciones, desplazamientos, etc. de cada uno de los modelos simulados. Otro ejemplo se presenta en la Figura 4.21 donde se muestra la visualización de la deformada en la dirección transversal a la fibra para un modelo con un 40% de fibras cuadradas en distribución cuadrada.

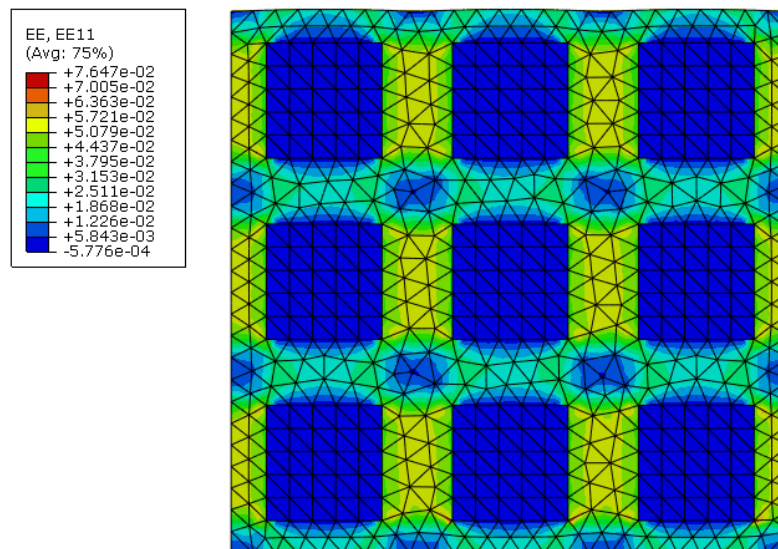


Figura 4.21. Deformada para un modelo con un 40% de fibra cuadrada en distribución cuadrada

El módulo Visualization tan solo sirve para visualizar los resultados o realizar operaciones con los mismos desde Abaqus. Si lo que se pretende es sacar los resultados y tratarlos de forma automática desde el script, es necesario implementar unas líneas de código para tratar el fichero ODB.

Para que el script generado pueda obtener las reacciones nodales de cada simulación de forma automática es imprescindible que, después de crear el fichero ODB, el script conozca la ubicación de dicho archivo. Para ello, hay que utilizar el siguiente comando:

```
"odb = session.odbs['C:/Users/.../Job Vf_disthexagonal_pentagonos_'+str(k)+'.odb']"
```

Para pedirle al programa que saque las reacciones nodales del lado izquierdo del material compuesto y las guarde en una matriz que actuará de base de datos, se implementa la siguiente línea de código:

```
"DATA = session.xyDataListFromField(odb=odb, outputPosition=NODAL, variable=(( 'RF',  
NODAL, ((COMPONENT, 'RF1'), )), ), nodeSets=('SET-EJE-IZQUIERDO', ))"
```

Teniendo los resultados de los nodos guardados en una matriz, cuya dimensión dependerá del número de nodos, ya se pueden manejar desde el script y operar con ellos para obtener el sumatorio de las reacciones nodales.

4.5.7 Cálculo de E_2

Para el cálculo automático de E_2 se deben implementar las ecuaciones necesarias para su obtención en el script generado.

En primer lugar, el sumatorio de las reacciones nodales obtenido a partir del tratamiento del fichero ODB se emplea para el cálculo de σ_{22} . Para ello, se implementa en el script la ecuación 3.12, explicada en el capítulo 3 de este proyecto. Posteriormente, se implementan el resto de las ecuaciones para obtener las variables de las que depende E_2 . Estas son las ecuaciones 3.9, 3.10 y 3.11.

Finalmente, se implementa la ecuación 3.8 que permite obtener el valor de E_2 . Con esta constante elástica calculada, ya se pueden escribir las líneas de código necesarias para la obtención del factor de refuerzo utilizando las ecuaciones de Halpin-Tsai.

4.5.8 Cálculo del factor de refuerzo

Para la obtención del factor de refuerzo desde el script hay que incluir las ecuaciones de Halpin-Tsai, ecuaciones 3.1 y 3.2, en un ciclo iterativo que permita al problema converger en la solución.

Es necesario crear una variable, denominada "tolerancia", de tal forma que cuando la diferencia entre el factor de refuerzo recalculado y el factor de refuerzo anterior sea menor que esta variable, se finaliza el ciclo, dando por válido el último valor calculado del factor de refuerzo. En caso de no cumplirse esta condición, el ciclo seguirá realizando iteraciones hasta llegar al límite de iteraciones impuesto por otra variable, denominada "itermax". Esta variable tiene un valor elevado para que el programa pueda llegar a realizar muchas iteraciones, pero nunca entrar en un bucle infinito.

Por otro lado, la función que recalcula el valor del factor de refuerzo en cada iteración, $\xi=f(\xi_0)$, y que se obtiene de las ecuaciones 3.1 y 3.2 queda de la siguiente forma:

$$\xi(\xi_0) = \frac{\frac{E_2}{E_m} - 1 - V_f \cdot \frac{E_2}{E_m} \cdot \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi_0}}{V_f \cdot \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \xi_0}} \quad (4.2)$$

donde,

- E_2 : módulo de elasticidad transversal obtenido a partir de las reacciones nodales de las simulaciones en MPa.
- V_f : fracción de volumen de fibra de cada simulación.
- E_m : módulo de Young de la matriz polimérica cuyo valor es de 5000 MPa.
- E_f : módulo de Young de la fibra de carbono cuyo valor es de 250000 MPa.
- ξ_0 = es el factor de refuerzo cuyo valor es el anterior al que se obtiene tras recalcular el factor de refuerzo, ξ .

En la Figura 4.22 se representa el diagrama de flujo para la obtención del factor de refuerzo mediante el cálculo iterativo explicado anteriormente.

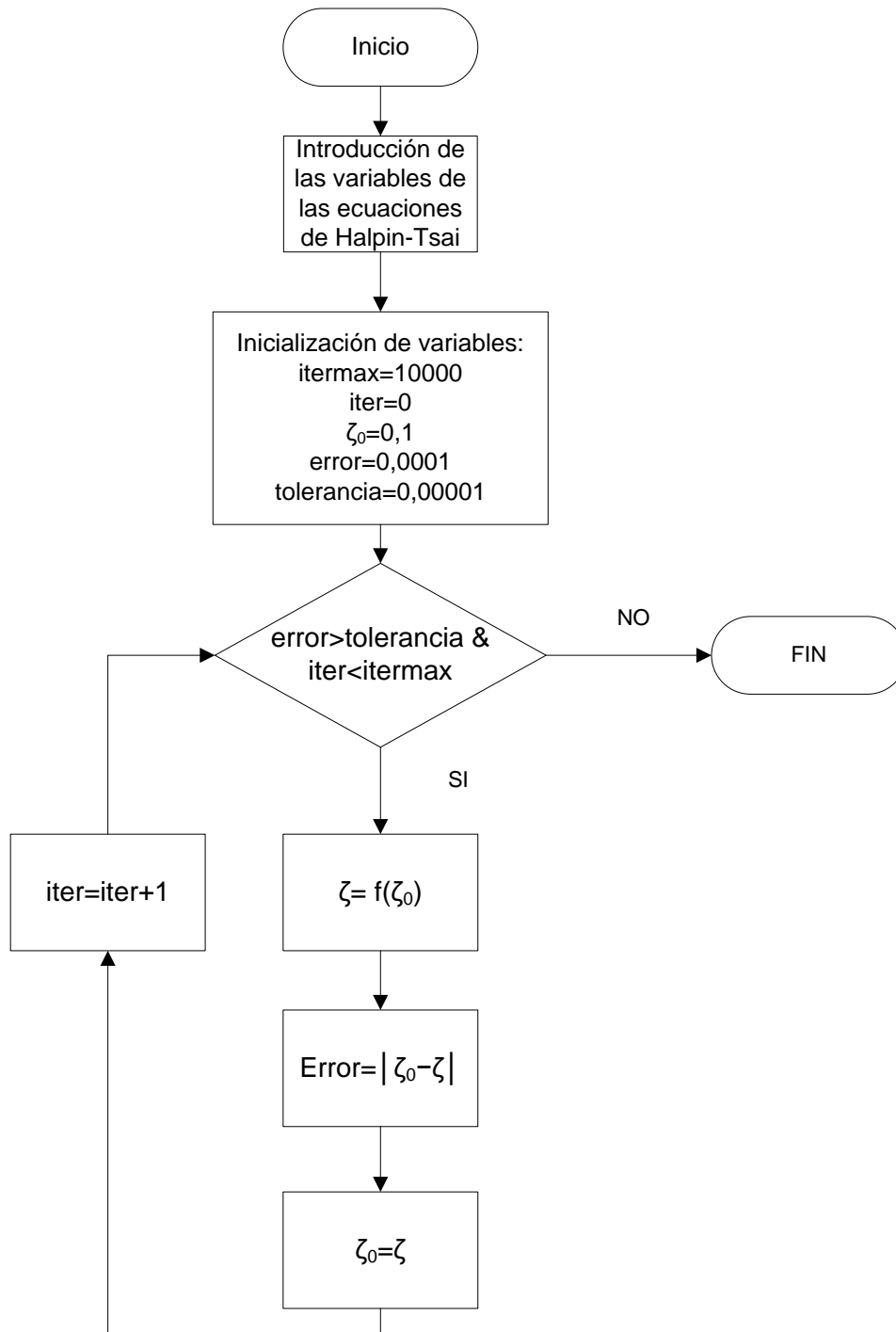


Figura 4.22. Diagrama de flujo para la obtención del factor de refuerzo mediante cálculos iterativos

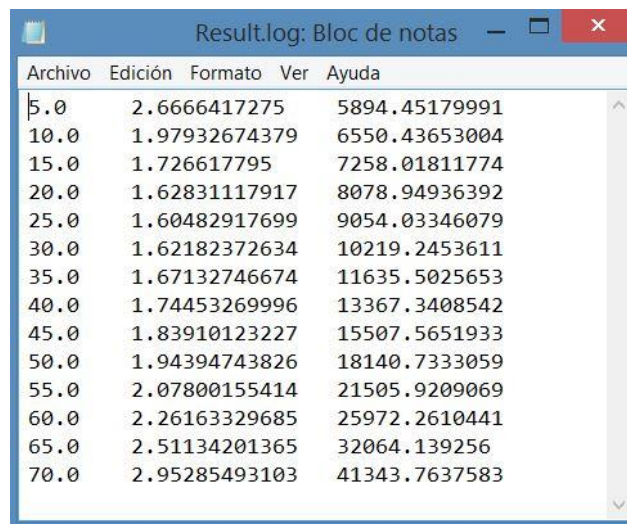
4.5.9 Fichero de resultados

Para finalizar el script es necesario incluir unas líneas de código que permitan al programa visualizar las variables que se deseen y los resultados finales.

Aunque existen varias formas, como imprimir por pantalla los resultados, la mejor opción es crear un fichero donde se guarden de forma automática las variables y los resultados finales de modo que siempre se tenga acceso a los mismos.

En lenguaje Python existen métodos que permiten crear ficheros con extensión “.log” para guardar los datos que se deseen. La librería empleada en este proyecto es “logging”, en la cual se debe configurar la ruta y nombre del archivo donde guardar los resultados.

En este caso, se decide guardar la fracción de volumen de fibra, V_f , el factor de refuerzo, ξ , y el módulo de Young transversal, E_2 , de cada una de las simulaciones que realiza el script. El archivo generado con estos datos guardados se puede visualizar en la Figura 4.23. Los resultados están separados por tabulaciones para cada dato almacenado y saltos de línea para cada porcentaje de fibra.



Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda
5.0	2.6666417275	5894.45179991		
10.0	1.97932674379	6550.43653004		
15.0	1.726617795	7258.01811774		
20.0	1.62831117917	8078.94936392		
25.0	1.60482917699	9054.03346079		
30.0	1.62182372634	10219.2453611		
35.0	1.67132746674	11635.5025653		
40.0	1.74453269996	13367.3408542		
45.0	1.83910123227	15507.5651933		
50.0	1.94394743826	18140.7333059		
55.0	2.07800155414	21505.9209069		
60.0	2.26163329685	25972.2610441		
65.0	2.51134201365	32064.139256		
70.0	2.95285493103	41343.7637583		

Figura 4.23. Fichero de resultados con extensión “.log” del modelo con fibras circulares en distribución cuadrada. En la columna izquierda se almacena el porcentaje de fibra, en la del medio el factor de refuerzo y en la derecha el módulo de Young transversal

Capítulo 5. Resultados

5.1 Introducción

Una vez realizado el script, el usuario puede abrirlo desde Abaqus con la opción "Run Script" y obtener los resultados de las combinaciones que seleccione. Para ello, aparecerá por pantalla un primer display, Figura 5.1, que permite al usuario introducir el tipo de distribución de fibra que desee (1: distribución cuadrada y 2: distribución hexagonal). Además, también puede seleccionar la geometría de la fibra (A: círculos, B: cuadrados, C: triángulos, D: pentágonos y E: hexágonos). Por defecto aparece la combinación 1-A.

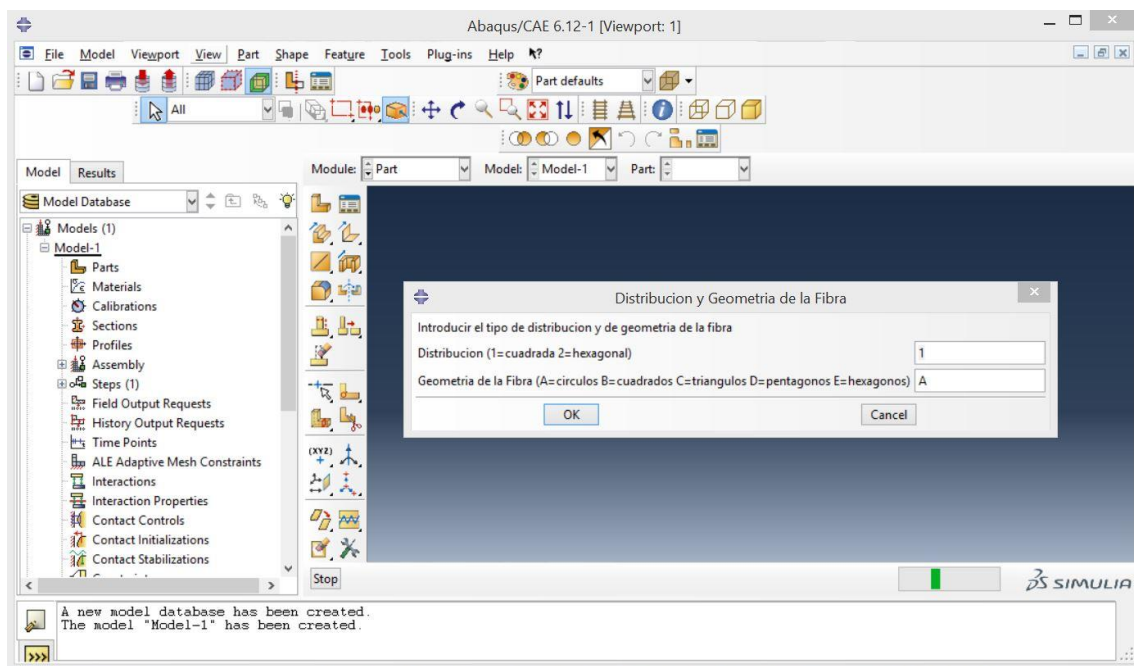


Figura 5.1. Display 1: Selección de la distribución y la geometría de la fibra del modelo

Como el script está diseñado para que el programa calcule de forma automática la solución para diferentes porcentajes de fibra, es necesario indicarle al programa desde qué porcentaje debe comenzar a calcular, el porcentaje final donde terminaría el programa y el incremento. Para ello, aparece un segundo display con varias opciones, como se muestra en la Figura 5.2.

En este segundo display hay que indicar, en primer lugar, la fracción de volumen de fibra desde la que se quiere partir. Por defecto aparece un valor pequeño (0,05). Posteriormente, hay que indicar la fracción de volumen final, es decir, hasta dónde debe calcular el programa. Cada geometría de fibra tiene un porcentaje máximo a partir del cual comenzarían a solaparse las fibras. Para evitar

el solapamiento, el script, una vez ha leído la geometría seleccionada en el primer display, pone por defecto la fracción de volumen máxima según la fibra. A continuación, hay que indicar el incremento. Por defecto aparece un valor de 0,05.

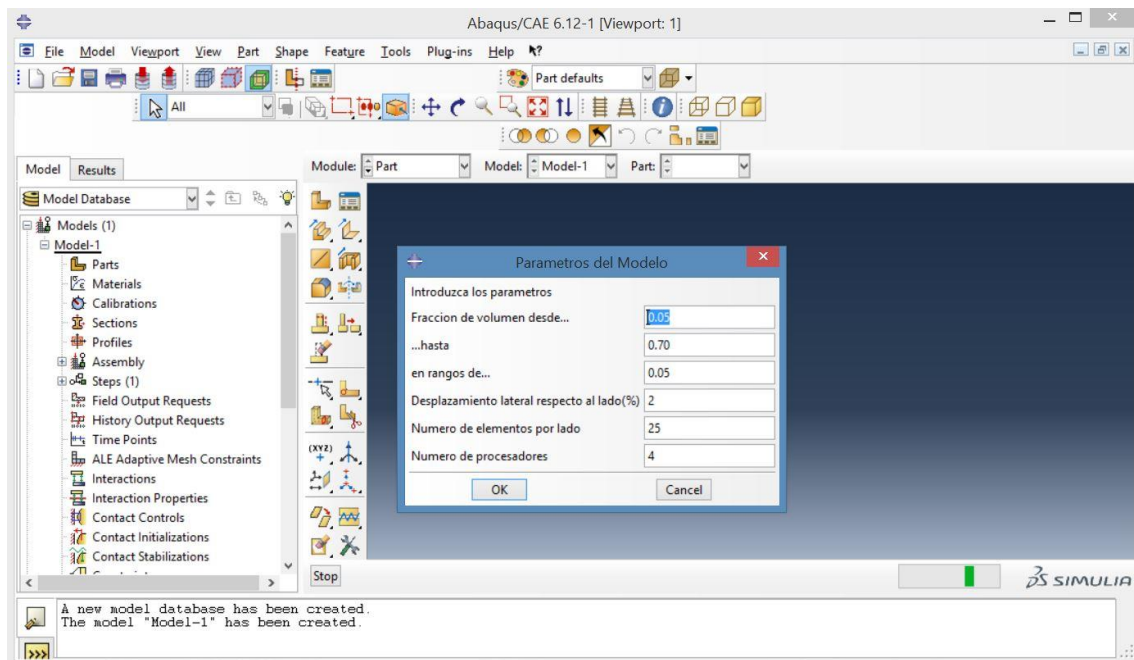


Figura 5.2. Display 2: Fracción de volumen de fibra, desplazamiento lateral, número de elementos por lado y de procesadores

En el display 2 también hay otras opciones. Se puede indicar el porcentaje de desplazamiento lateral respecto a la longitud de la base del cuadrilátero que se aplica en el lateral del mismo. Por defecto aparece un 2% de desplazamiento respecto a la base. Este valor debe ser pequeño ya que, al tratarse de un problema elástico y lineal, la deformación aplicada debe ser tal que mantenga el modelo en la zona elástica. Con este valor nos aseguramos que el modelo no trabaja con altas deformaciones ni desplazamientos. Además, se puede seleccionar el número de elementos por lado en el mallado, siendo por defecto 25 elementos, pues es el mínimo de elementos necesarios por lado para garantizar una buena precisión de los resultados, tal y como se calculó en el análisis de sensibilidad de la malla. Finalmente, se puede indicar también el número de procesadores utilizado en el cálculo. En este proyecto se han utilizado 4 procesadores.

Por último, aparece por pantalla un tercer display, Figura 5.3, en el que se pueden introducir las propiedades de la matriz y de la fibra. Es necesario introducir estas propiedades para que el programa realice las simulaciones; sin embargo, el factor de refuerzo no depende de las propiedades del material, sino de la

distribución, geometría y volumen de la fibra. Por tanto, como cambiando estas propiedades el factor de refuerzo no varía, este display solo resulta interesante si el usuario quiere obtener desplazamientos o tensiones para diferentes materiales compuestos. Por defecto aparecen las propiedades de la fibra de carbono y de la resina epoxi.

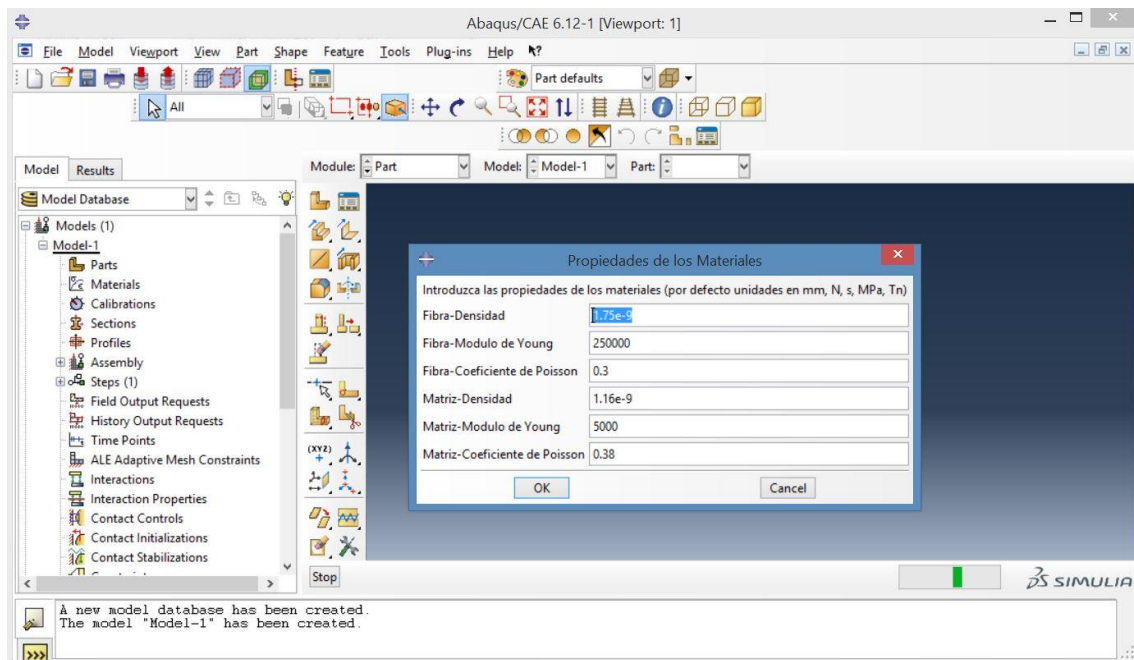


Figura 5.3. Display 3: Propiedades de la fibra y de la matriz

Tras validar cada display que aparece por pantalla, Abaqus realiza todas las simulaciones del modelo con la geometría y distribución de fibra seleccionada desde el porcentaje de fibra inicial hasta el porcentaje final, guardando los resultados del factor de refuerzo de cada simulación en el archivo con extensión “.log” generado.

5.2 Fibra circular

En la Tabla 9.1 del ANEXO A se muestran los resultados del módulo de elasticidad en la dirección transversal, obtenidos a partir de las simulaciones de Abaqus, y del factor de refuerzo, obtenidos con los valores de E_2 aplicando las ecuaciones de Halpin-Tsai, para un modelo con fibras circulares en distribución cuadrada y hexagonal.

El porcentaje de fibra de los valores calculados va desde el 5% hasta el 70%, teniendo un amplio rango de resultados, suficiente para analizar la tendencia de los mismos.

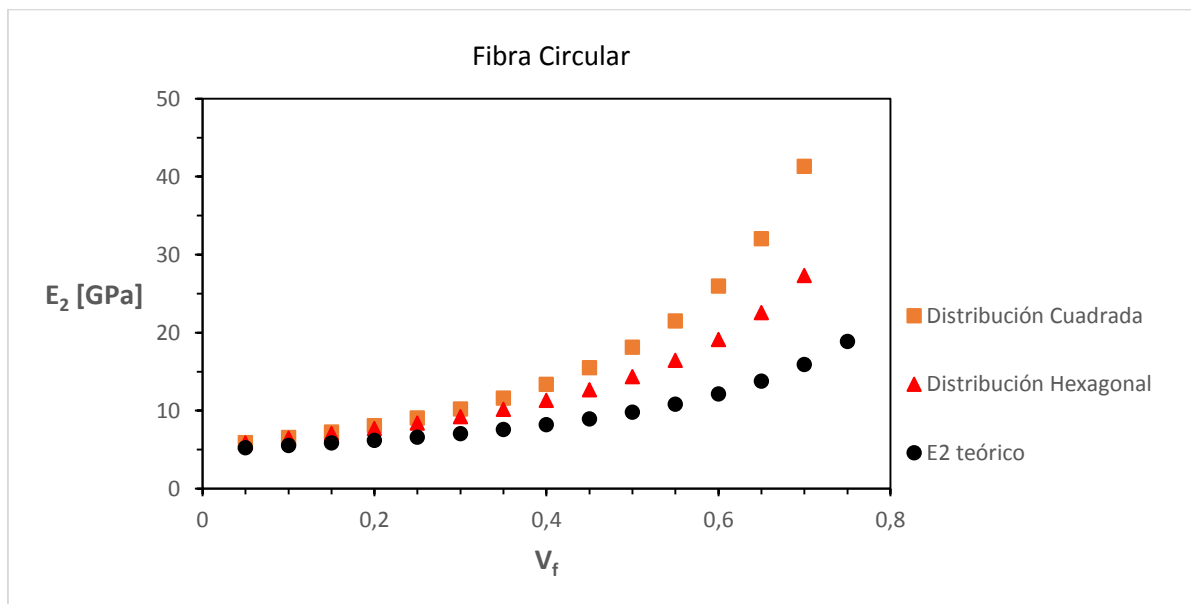


Figura 5.4. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras circulares

En la Figura 5.4, los valores de E_2 obtenidos mediante Abaqus se comparan con los valores teóricos de E_2 para una lámina unidireccional (ecuación 2.6). Como cabía esperar, según se analizó en el punto 2.4.3, los valores de E_2 experimentales obtenidos mediante el método de los elementos finitos son más elevados que los teóricos.

Por otro lado, los valores de E_2 presentan una tendencia exponencial a medida que aumenta el porcentaje de fibra que, para el rango de 5-70%, van desde los 5 GPa a los 40 GPa aproximadamente en la distribución cuadrada.

Comparando las dos distribuciones de la fibra en la matriz, se puede observar que la distribución hexagonal presenta valores menores de E_2 que la distribución cuadrada.

Finalmente, se obtienen los resultados del factor de refuerzo y se comparan con los teóricos propuestos por Halpin-Tsai y por Hewitt y de Malherbe.

Conviene recordar que, como se explicó en el apartado 2.4.3, Halpin-Tsai propuso un valor del factor de refuerzo de 2 para fibras circulares con un ordenamiento cuadrado. Como este valor se aleja de la realidad para fracciones de fibra elevadas, también hay que emplear la teoría de Hewitt y de Malherbe, con su ecuación (ecuación 2.15) para obtener los valores del factor de refuerzo con porcentajes de fibra superiores a 65.

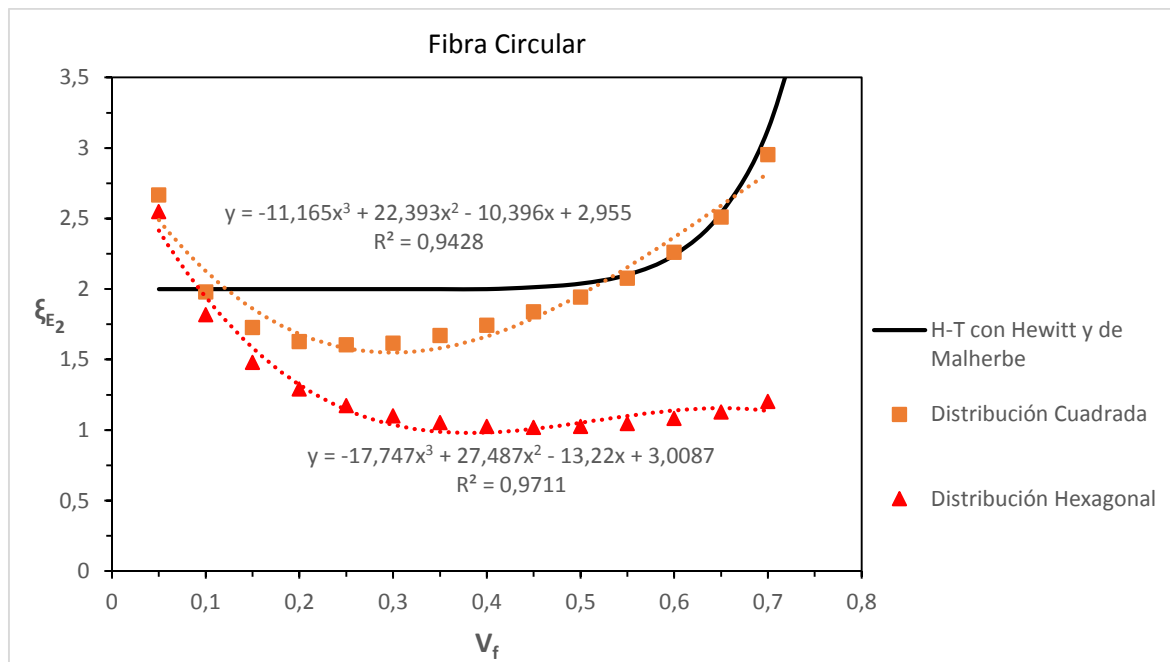


Figura 5.5. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras circulares en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

En la Figura 5.5 se observa que existe una buena concordancia con los resultados de Halpin-Tsai en la distribución cuadrada para un volumen del 10% y del 55%. Para porcentajes intermedios, los valores son inferiores aunque no muy alejados de 2. A partir del 55% los resultados prácticamente coinciden con la teoría de Hewitt y de Malherbe. En cuanto a la distribución hexagonal, se puede apreciar

que los resultados distan mucho de los valores propuestos por Halpin-Tsai y por Hewitt y de Malherbe.

Realizando un análisis de tendencia de los valores, obtendremos la ecuación del factor de refuerzo en función del porcentaje de fibra. Para conocer qué tipo de ecuación (lineal, exponencial, polinómica, etc.) se ajusta mejor a los valores es necesario definir el coeficiente cuadrático de correlación (R^2). Este coeficiente muestra la calidad del ajuste del modelo, considerando válidos aquellos con un coeficiente igual o superior a 0,75. Cuanto más se acerque el valor de R^2 a la unidad, mayor precisión existe en la correlación entre la ecuación de tendencia y los valores obtenidos.

Del análisis de tendencia para fibras circulares con distribución cuadrada se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor de R^2 de 0,94, valor muy superior a 0,75, validando dicha ecuación. Esta es:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 2,955 - 10,396 \cdot V_f + 22,393 \cdot V_f^2 - 11,165 \cdot V_f^3 \quad (5.1)$$

Para las fibras circulares en distribución hexagonal también se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor del coeficiente de correlación cuadrático de 0,97:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,009 - 13,220 \cdot V_f + 27,487 \cdot V_f^2 - 17,747 \cdot V_f^3 \quad (5.2)$$

5.3 Fibra triangular

En la Tabla 9.2 del ANEXO A se muestran los valores del módulo de Young transversal, obtenidos a partir de las simulaciones de Abaqus, y los resultados del factor de refuerzo, para un modelo con fibras de sección triangular en distribución cuadrada y hexagonal.

En este caso, el porcentaje máximo de fibra que se puede alcanzar sin que se solapen es de un 40% para ambas distribuciones.

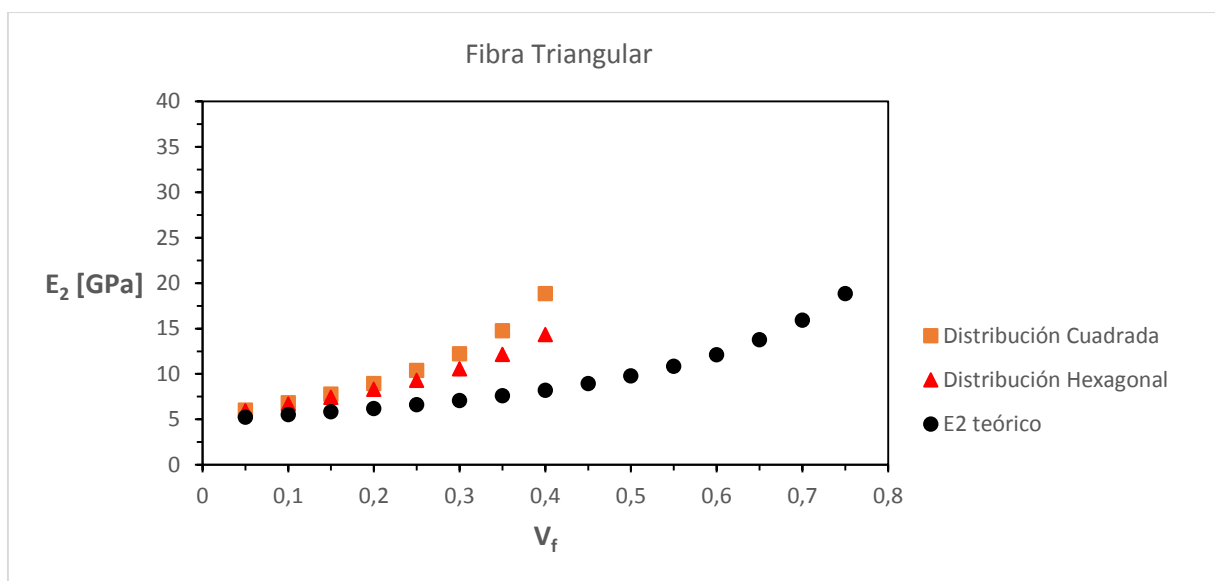


Figura 5.6. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras triangulares

En la Figura 5.6 se grafican los valores de E_2 obtenidos para fibras de sección triangular. Al igual que en el caso anterior, se comprueba que estos valores son mayores que los teóricos, siendo los de distribución cuadrada los que presentan una mayor rigidez transversal.

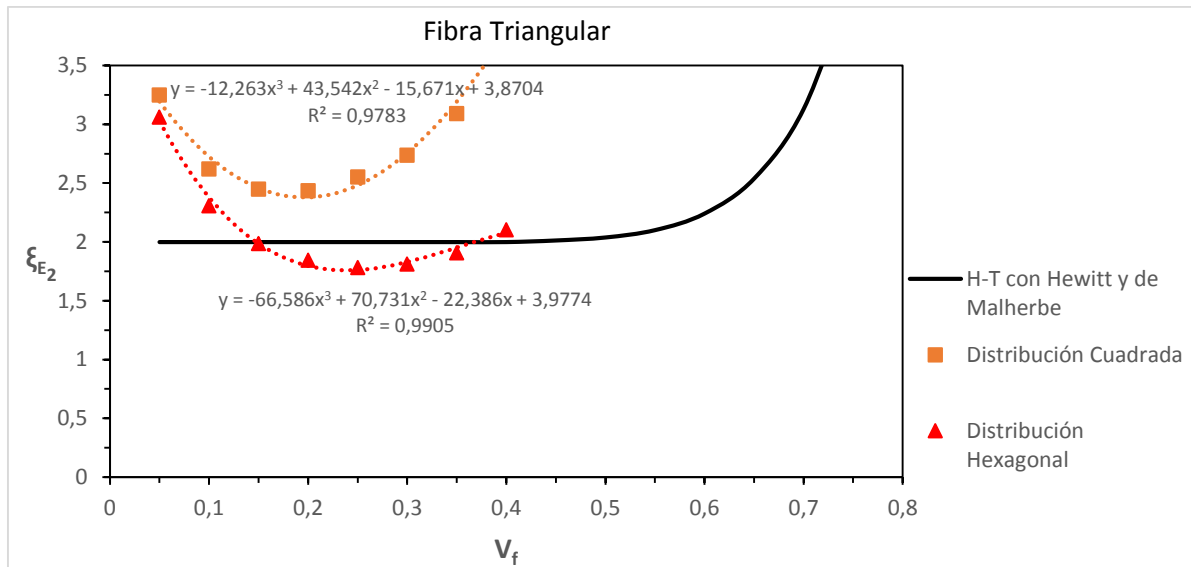


Figura 5.7. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras triangulares en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

Haciendo uso de los valores de E_2 de las simulaciones y de las ecuaciones de Halpin-Tsai, se obtienen los resultados del factor de refuerzo para cada porcentaje de fibra y distribución.

Comparando los resultados obtenidos con los valores propuestos por Halpin-Tsai y por Hewitt y de Malherbe, se observa en la Figura 5.7 que las fibras de sección triangular tienen un factor de refuerzo elevado.

Al realizar un análisis de tendencia de los valores en distribución cuadrada, se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor de R^2 de 0,98:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,870 - 15,671 \cdot V_f + 43,542 \cdot V_f^2 - 12,263 \cdot V_f^3 \quad (5.3)$$

Para las fibras triangulares en distribución hexagonal también se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor del coeficiente de correlación cuadrático de 0,99; valor muy cercano a la unidad. Esta ecuación es:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,977 - 22,386 \cdot V_f + 70,731 \cdot V_f^2 - 66,586 \cdot V_f^3 \quad (5.4)$$

5.4 Fibra cuadrada

En la Tabla 9.3 del ANEXO A se muestran los valores del módulo de Young transversal, obtenidos a partir de las simulaciones de Abaqus, y los resultados del factor de refuerzo transversal, obtenidos a partir de los valores de E_2 haciendo uso de las ecuaciones de Halpin-Tsai, para un modelo con fibras de sección cuadrada.

En este caso, las fibras de sección cuadrada permiten un alto grado de compactación, al igual que las fibras circulares. Por ello, el porcentaje de fibra de los valores calculados va desde el 5% hasta el 70%, teniendo un amplio rango de resultados, suficiente para analizar la tendencia de los mismos y poder compararlos con los valores de Halpin-Tsai y de Hewitt y de Malherbe.

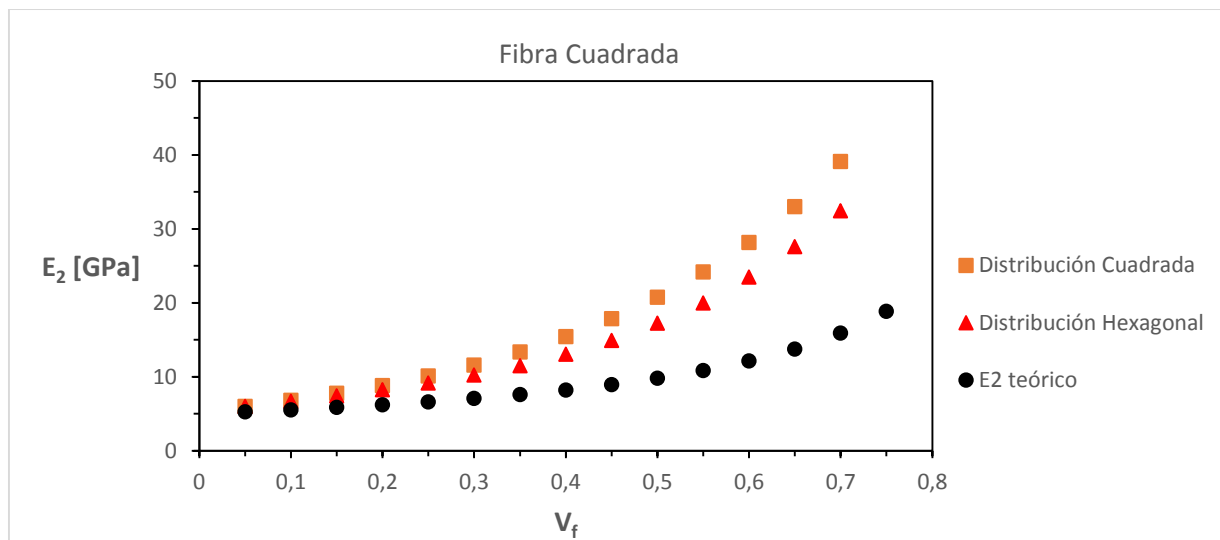


Figura 5.8. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras cuadradas

En la Figura 5.8 se grafican los valores obtenidos de E_2 a partir del método de los elementos finitos y se comparan con los teóricos de la mecánica de materiales. De igual manera, los teóricos se alejan de la realidad y los modelos con distribución cuadrada siguen presentando mayor módulo de elasticidad en la dirección transversal a la fibra.

Los resultados del factor de refuerzo se grafican en la Figura 5.9. Como se puede observar, a diferencia del resto de las geometrías de fibra, la de sección cuadrada presenta una mayor estabilidad ya que el factor de refuerzo en

distribución cuadrada tiene un valor medio de 2,5 y en distribución hexagonal de 1,8.

Por otro lado, se puede observar que los resultados del factor de refuerzo no presentan una buena concordancia con los valores de la ecuación de Hewitt y de Malherbe.

Para obtener una ecuación del factor de refuerzo en función del porcentaje de fibra se realiza un análisis de tendencia de los resultados tanto para la distribución cuadrada como para la hexagonal.

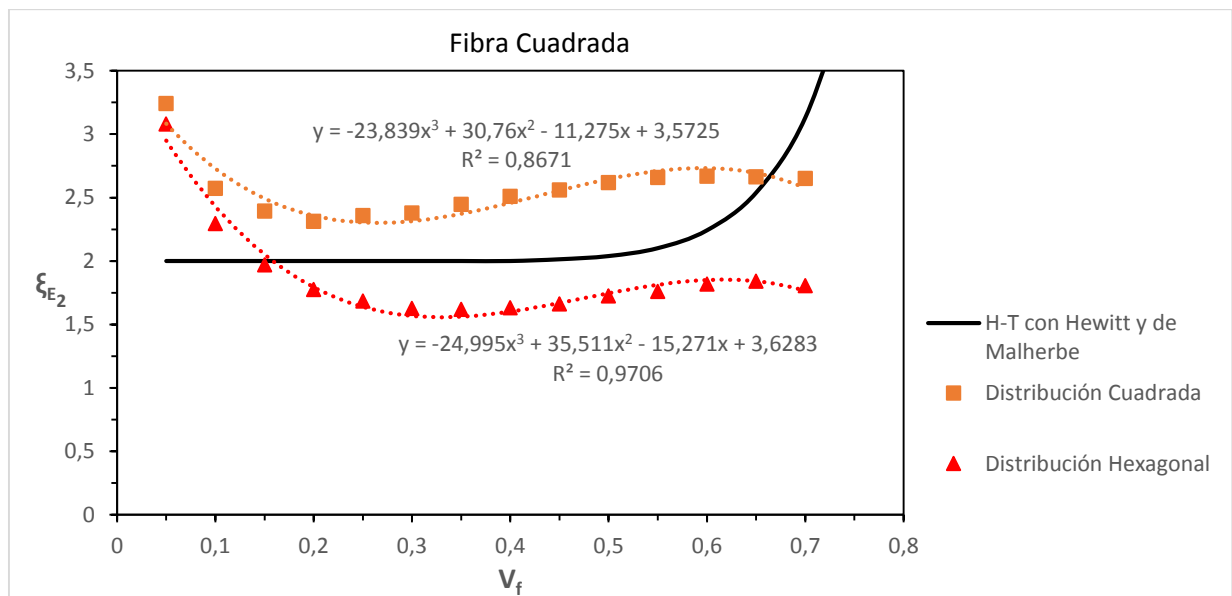


Figura 5.9. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras cuadradas en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

Del análisis de tendencia para fibras cuadradas con distribución cuadrada se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor de R^2 de 0,87, valor superior a 0,75. Esta ecuación es:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,572 - 11,275 \cdot V_f + 30,760 \cdot V_f^2 - 23,839 \cdot V_f^3 \quad (5.5)$$

Para las fibras cuadradas en distribución hexagonal también se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor del coeficiente de correlación cuadrático de 0,97:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,628 - 15,271 \cdot V_f + 35,511 \cdot V_f^2 - 24,995 \cdot V_f^3 \quad (5.6)$$

5.5 Fibra pentagonal

En la Tabla 9.4 del ANEXO A se muestran los valores del módulo de Young transversal, obtenidos a partir de las simulaciones de Abaqus, y los resultados del factor de refuerzo, para un modelo con fibras de sección pentagonal en distribución cuadrada y hexagonal.

En este caso, el porcentaje máximo de fibra que se puede alcanzar sin que se solapen es de un 60% para ambas distribuciones.

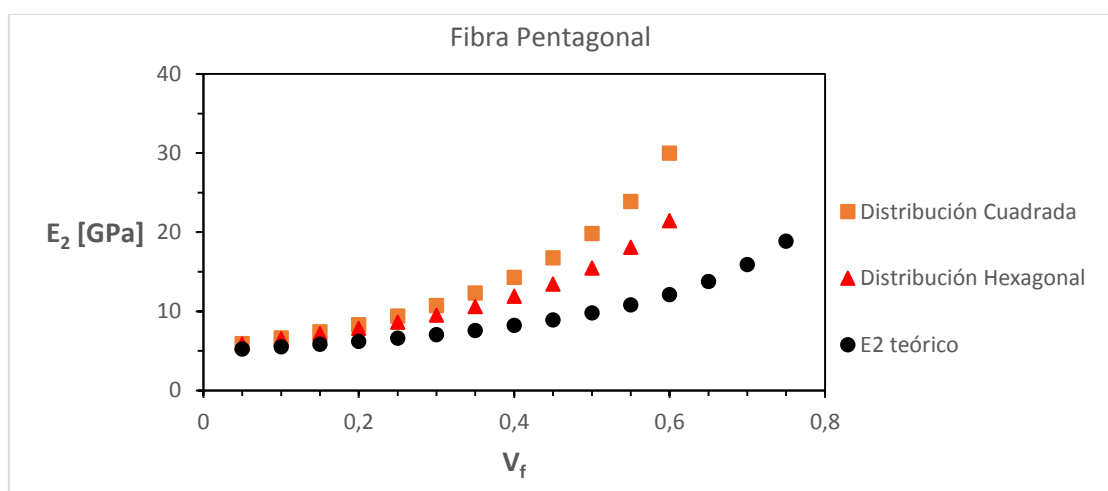


Figura 5.10. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras pentagonales

Los valores de E_2 se grafican en la Figura 5.10. Estos van desde los 5 GPa hasta los 30 GPa en los de distribución cuadrada y de 5 GPa a los 21 GPa en los de distribución hexagonal. En ambos casos se superan a los teóricos de la mecánica de materiales.

En la Figura 5.11 se grafican los resultados del factor de refuerzo obtenidos a partir de los valores de E_2 y de las ecuaciones de H-T. Como se puede observar, los valores de la distribución cuadrada son los que más se aproximan a los de H-T y Hewitt y de Malherbe. Además, estos resultados son similares a los de fibra circular en ambas distribuciones.

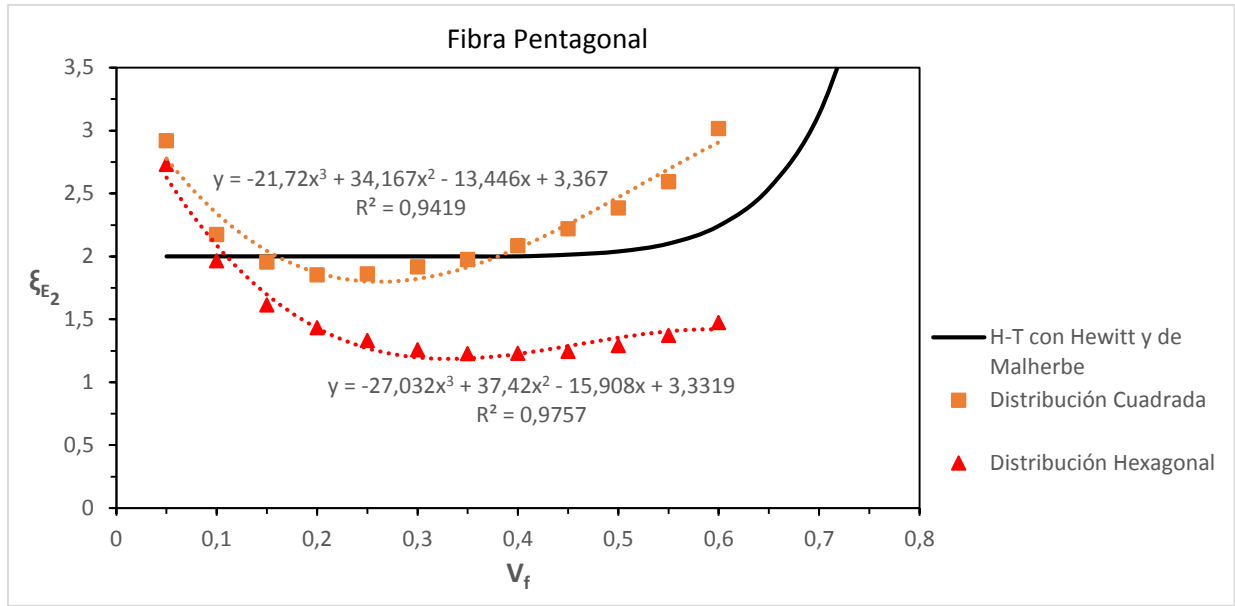


Figura 5.11. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras pentagonales en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

Realizando un análisis de tendencia de los valores en distribución cuadrada se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor de R^2 de 0,94:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,367 - 13,446 \cdot V_f + 34,167 \cdot V_f^2 - 21,720 \cdot V_f^3 \quad (5.7)$$

Para las fibras pentagonales en distribución hexagonal también se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor del coeficiente de correlación cuadrático de 0,98:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,332 - 15,908 \cdot V_f + 37,420 \cdot V_f^2 - 27,032 \cdot V_f^3 \quad (5.8)$$

5.6 Fibra hexagonal

Finalmente, en la Tabla 9.5 del ANEXO A se presentan los valores del módulo de Young transversal, obtenidos a partir de las simulaciones de Abaqus, y del factor de refuerzo transversal, obtenido con los valores de E_2 y las ecuaciones de Halpin-Tsai, para fibras de sección hexagonal y distribución cuadrada y hexagonal.

En este caso, al igual que en las fibras de sección pentagonal, el porcentaje máximo de fibra que se puede alcanzar sin que se solapen es de un 60% para ambas distribuciones.

En la Figura 5.12, los valores de E_2 obtenidos mediante Abaqus se comparan con los valores de E_2 teóricos de la mecánica de materiales. De igual forma, según se analizó en el punto 2.4.3, los valores de E_2 obtenidos mediante el método de los elementos finitos son más elevados que los teóricos.

Estos valores de E_2 van desde los 5 GPa a los 28 GPa en la distribución cuadrada y desde los 5 GPa a los 19 GPa en la distribución hexagonal, siendo inferiores que los obtenidos en las fibras pentagonales.

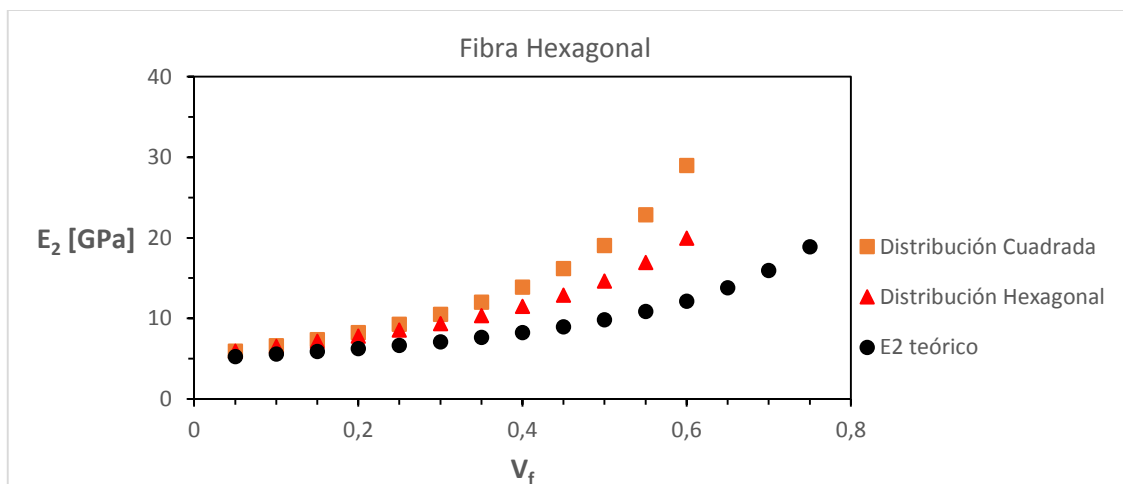


Figura 5.12. Gráfica comparativa del módulo de Young transversal teórico con el obtenido en las simulaciones para fibras hexagonales

En la Figura 5.13 se grafican los resultados del factor de refuerzo obtenidos a partir de los valores de E_2 y de las ecuaciones de Halpin-Tsai. Como se puede observar, los valores de la distribución cuadrada son los que más se aproximan a los de Halpin-Tsai y Hewitt y de Malherbe. La distribución hexagonal, al igual que

en las fibras con sección circular, presenta una mala concordancia con ambas ecuaciones.

Por otro lado, estos valores del factor de refuerzo son similares a los de fibra pentagonal y, aún más, a los de fibra circular. Por tanto, se puede afirmar que a medida que la geometría de la fibra se parece cada vez más a la circular los resultados también se acercan. Esto se detallará más adelante, en el apartado 5.7 de este capítulo, donde se compararán los resultados del factor de refuerzo para cada una de las fibras.

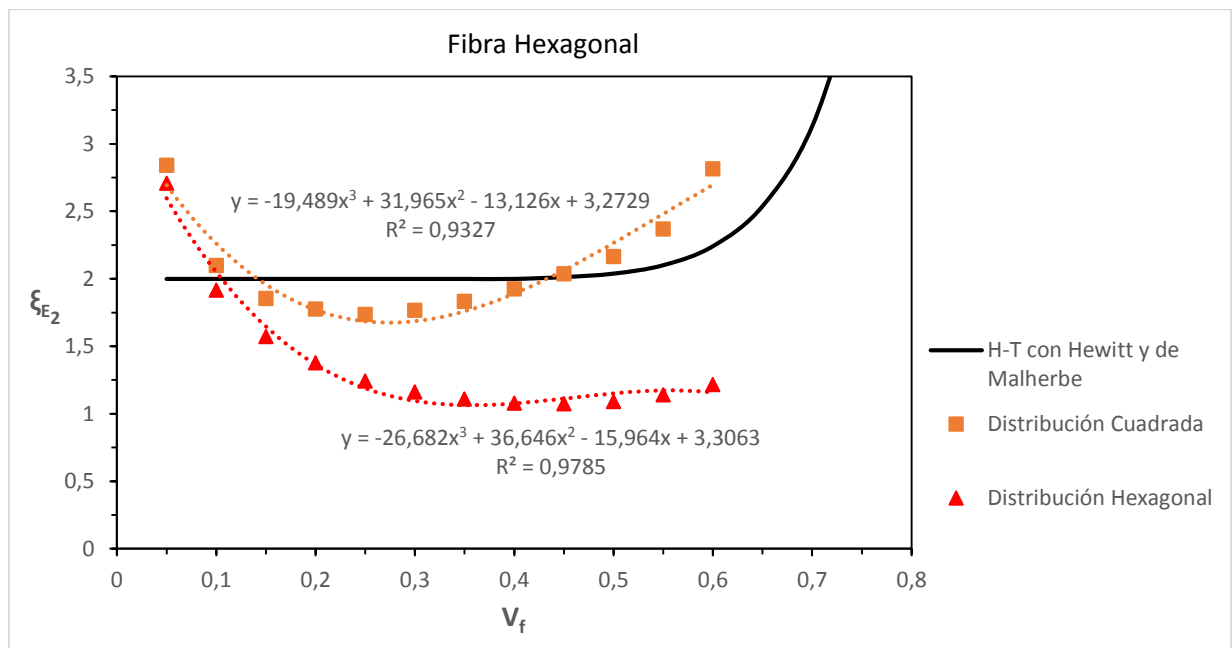


Figura 5.13. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de fibras hexagonales en distribución cuadrada y hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

Del análisis de tendencia para fibras hexagonales con distribución cuadrada se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor de R^2 de 0,93:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,273 - 13,126 \cdot V_f + 31,965 \cdot V_f^2 - 19,489 \cdot V_f^3 \quad (5.9)$$

Para las fibras hexagonales en distribución hexagonal también se obtiene una ecuación polinómica de grado 3 con un valor del coeficiente de correlación cuadrático de 0,98:

$$\xi_{E_2}(V_f) = 3,306 - 15,964 \cdot V_f + 36,646 \cdot V_f^2 - 26,682 \cdot V_f^3 \quad (5.10)$$

5.7 Comparativa del factor de refuerzo transversal de las diferentes geometrías de fibra

En este apartado se comparan los valores del factor de refuerzo de las diferentes geometrías de fibra. Todos estos valores de cada una de las fibras están recogidos en las tablas del ANEXO A.

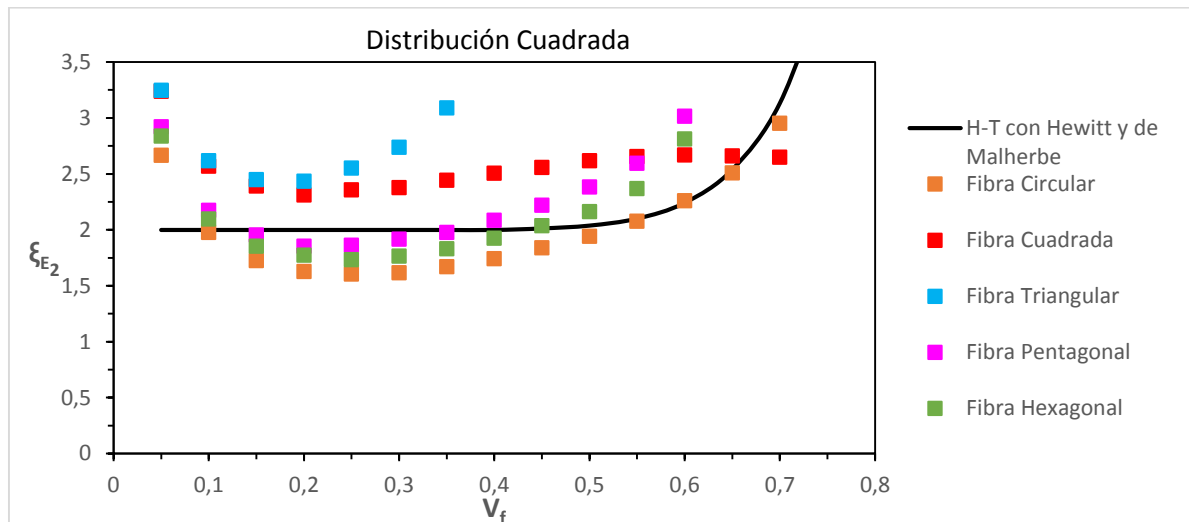


Figura 5.14. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de las diferentes geometrías de fibra en distribución cuadrada en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

En la Figura 5.14 se muestra un gráfico comparativo de los valores del factor de refuerzo para las diferentes geometrías de la fibra en distribución cuadrada.

Como se puede observar en dicha gráfica, la fibra con geometría triangular es la que mayor factor de refuerzo tiene y, por tanto, la que mayor rigidez presenta en la dirección transversal a la fibra. Por el contrario, la fibra circular es la que menor factor de refuerzo presenta. El resto de geometrías tiene valores intermedios y, como cabía esperar, a medida que el polígono va teniendo mayor número de lados se va acercando a la geometría circular y, por consiguiente, a los valores del factor de refuerzo de esta última.

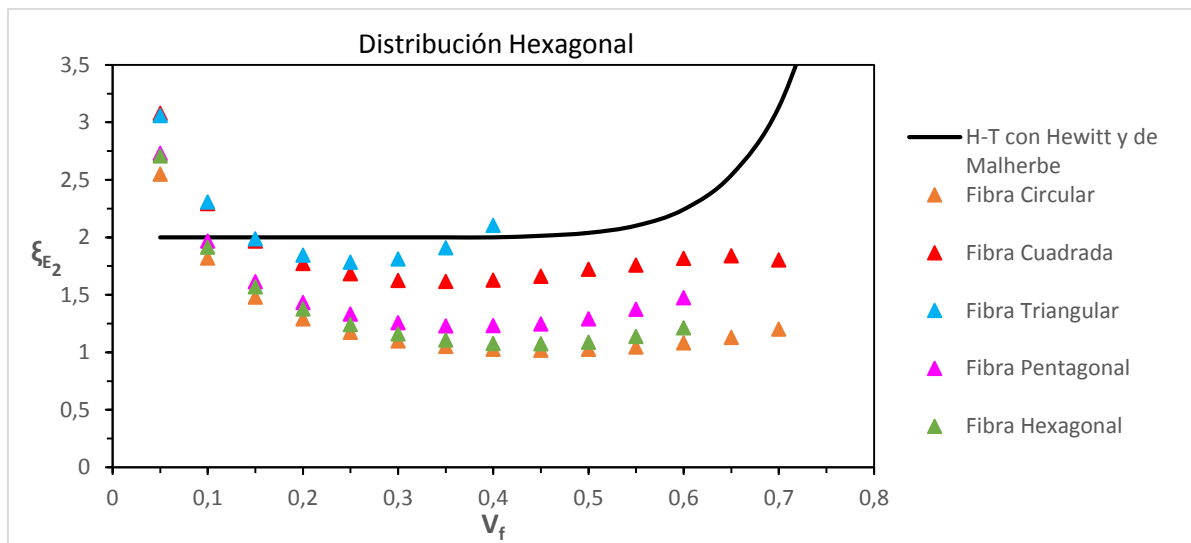


Figura 5.15. Gráfico comparativo del factor de refuerzo de las diferentes geometrías de fibra en distribución hexagonal en función del volumen de fibra con el factor de refuerzo de las teorías de H-T y de Hewitt y de Malherbe

La gráfica comparativa de las diferentes geometrías de fibra en distribución hexagonal se muestra en la Figura 5.15.

En este caso, al igual que en la distribución cuadrada, la fibra con geometría triangular es la que mayor factor de refuerzo presenta y, la fibra circular, la que menos. El resto de fibras presenta valores intermedios los cuales se van acercando a los de geometría circular a medida que el polígono tiene mayor número de lados.

En definitiva, la Tabla 5.6 recoge las ecuaciones del factor de refuerzo en función de la fracción de volumen de fibra obtenidas en los análisis de tendencia para las diferentes fibras en distribución cuadrada y hexagonal.

Tabla 5.6. Ecuaciones para la obtención del factor de refuerzo transversal en función del porcentaje de fibra para cada geometría y distribución de la misma

	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
Fibra Circular	$\xi_{E_2}(V_f) = 2,955 - 10,396 \cdot V_f + 22,393 \cdot V_f^2 - 11,165 \cdot V_f^3$	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,009 - 13,220 \cdot V_f + 27,487 \cdot V_f^2 - 17,747 \cdot V_f^3$
Fibra Triangular	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,870 - 15,671 \cdot V_f + 43,542 \cdot V_f^2 - 12,263 \cdot V_f^3$	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,977 - 22,386 \cdot V_f + 70,731 \cdot V_f^2 - 66,586 \cdot V_f^3$
Fibra Cuadrada	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,572 - 11,275 \cdot V_f + 30,760 \cdot V_f^2 - 23,839 \cdot V_f^3$	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,628 - 15,271 \cdot V_f + 35,511 \cdot V_f^2 - 24,995 \cdot V_f^3$
Fibra Pentagonal	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,367 - 13,446 \cdot V_f + 34,167 \cdot V_f^2 - 21,720 \cdot V_f^3$	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,332 - 15,908 \cdot V_f + 37,420 \cdot V_f^2 - 27,032 \cdot V_f^3$
Fibra Hexagonal	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,273 - 13,126 \cdot V_f + 31,965 \cdot V_f^2 - 19,489 \cdot V_f^3$	$\xi_{E_2}(V_f) = 3,306 - 15,964 \cdot V_f + 36,646 \cdot V_f^2 - 26,682 \cdot V_f^3$

Capítulo 6. Conclusiones y Trabajos Futuros

6.1 Conclusiones

Después de presentar la metodología y los resultados obtenidos se extraen las siguientes conclusiones de este proyecto:

- Se ha generado un programa automatizado capaz de calcular el factor de refuerzo transversal en modelos con diferentes geometrías, distribuciones y porcentajes de la fibra. Este programa ha sido validado con resultados presentes en la literatura.
- Al igual que en trabajos de la literatura, se ha comprobado que el valor del factor de refuerzo propuesto por Halpin-Tsai para fibras circulares con distribución cuadrada no es del todo exacto y se ha realizado una estimación más precisa de dicho valor.
- De las geometrías de fibra analizadas, la que mayor factor de refuerzo tiene es la geometría triangular; es decir, las fibras triangulares presentan una mayor rigidez en la dirección transversal que el resto de las fibras.
- También se ha constatado que a medida que la geometría de la fibra se asemeja más a una circular, los resultados también tienden a parecerse. Esto tiene sentido, pues cabe esperar que a medida que la geometría es cada vez más similar a la de una fibra circular su comportamiento mecánico también lo sea.
- Con los valores del factor de refuerzo calculados para diferentes geometrías, distribuciones y porcentajes de fibra, se ha realizado un análisis de tendencia de los valores y se ha obtenido la ecuación del factor de refuerzo de cada modelo en función del porcentaje de fibra. De esta forma, al usar las ecuaciones de Halpin-Tsai para calcular el valor de E_2 de un material compuesto cualquiera, habrá que seleccionar la ecuación propuesta de $\xi(V_f)$ que mejor se adapte al diseño del material, obteniendo unos resultados más precisos.

6.2 Trabajos futuros

En cuanto a la distribución de la fibra en la matriz, se han realizado modelos con distribución cuadrada y hexagonal. Queda pendiente la realización de las diferentes geometrías de fibra con una distribución aleatoria de la misma, ya que es la ordenación más habitual de las fibras en materiales compuestos (Figura 6.1).

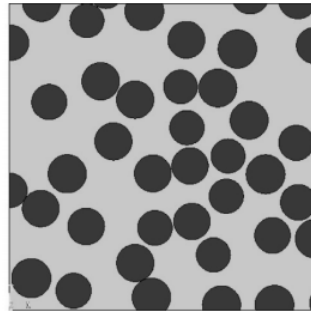


Figura 6.1. Distribución aleatoria de fibras circulares

Por otro lado, en el caso de fibras triangulares se puede conseguir un mayor porcentaje de fibra si en la distribución hexagonal se añaden triángulos contrapuestos (Figura 6.2). Esto permitirá obtener más valores del factor de refuerzo y observar la tendencia de los mismos.

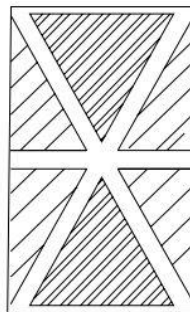


Figura 6.2. Fibras triangulares en distribución hexagonal con fibras contrapuestas

Como la distribución de fibras triangulares ha mostrado un buen comportamiento mecánico, resulta de especial interés realizar un estudio más completo de estas fibras. En concreto, se propone realizar un estudio 3D de un material compuesto laminado con fibras de sección triangular con el objetivo de analizar el comportamiento del material en las diferentes direcciones.

Capítulo 7. Planificación Temporal y Presupuesto

7.1 Planificación temporal

Las diversas tareas que se han realizado en este proyecto se pueden agrupar en tres temas diferenciados: documentación, generación del script y elaboración de la memoria.

La planificación temporal comienza con la documentación. En esta parte se recopila información para elaborar el marco teórico de la memoria y para entender cómo funciona el script de Abaqus. Al mismo tiempo, comienza la fase de la generación del script, realizando un tutorial para aprender a programar a nivel básico en lenguaje Python y comenzar a modificar e implementar un ejemplo de script en Abaqus.

Finalmente, una vez se dispone de la documentación necesaria y mientras se va realizando el script, se comienza a elaborar la memoria empezando por la introducción y el marco teórico. Hay que destacar que ciertos apartados de la memoria no se han podido desarrollar hasta que no se han conseguido resultados por parte del script.

En la planificación temporal no se han considerado algunas actividades adicionales por no influir directamente en la elaboración del proyecto o por ser actividades muy puntuales, tales como:

- El tiempo destinado a las tareas administrativas de adjudicación, matriculación y entrega de la memoria y de la autorización de publicación.
- El tiempo de reunión con el tutor de este proyecto para la consulta de dudas ya que no se considera dentro del trabajo diario establecido.
- El tiempo de búsqueda de información adicional para realizar alguna parte específica de la memoria.
- Tiempos improductivos.

Para la elaboración de este proyecto se han invertido unas 3 horas al día en horario de tarde durante los 5 días laborables semanales, descartando sábados y domingos.

El número de días empleados desde el comienzo del proyecto el día 20 de enero hasta su finalización el 14 de junio es de 108 días; siendo 324 el número total de horas trabajadas.

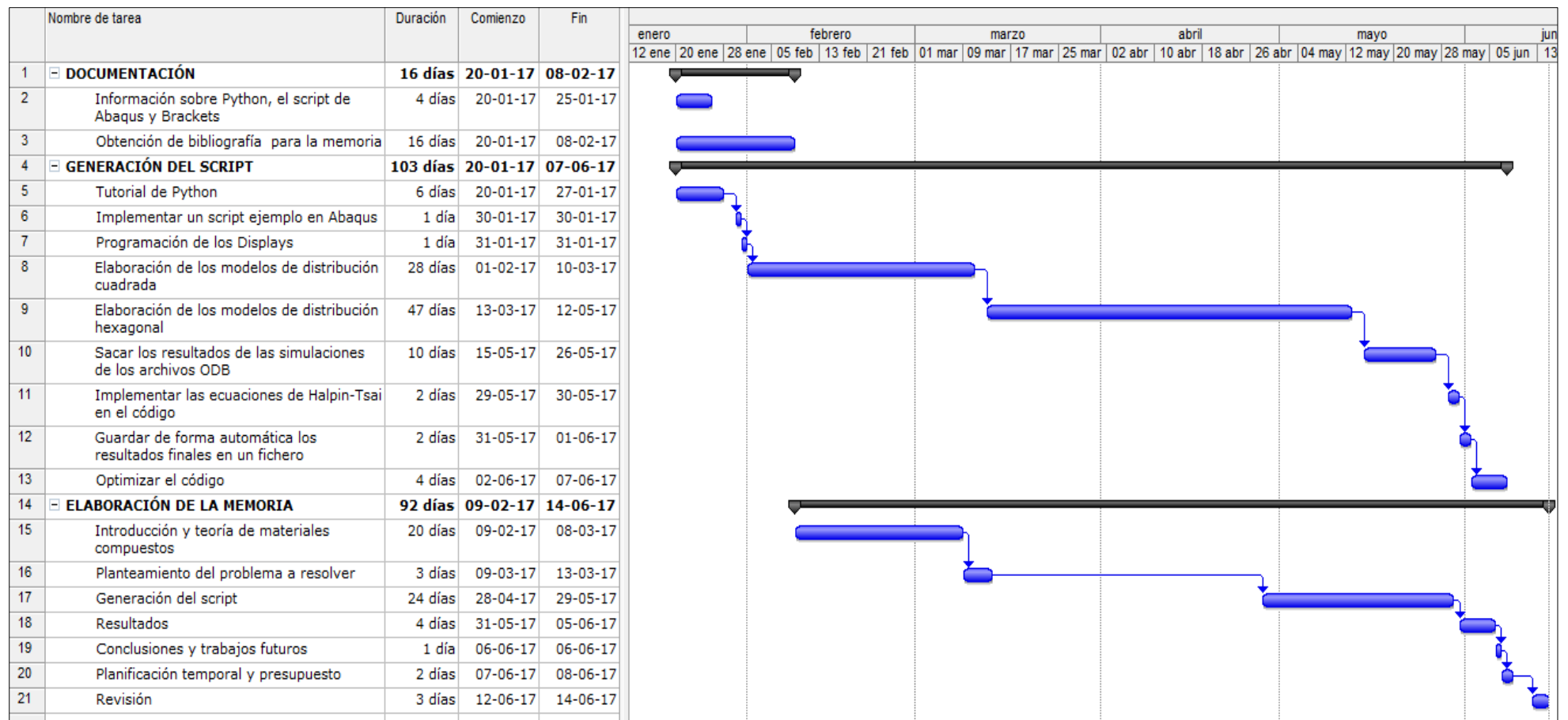


Figura 7.1. Diagrama de Gantt de la realización del proyecto

7.2 Presupuesto

En el presupuesto se contemplan los costes de la realización del proyecto. Este presupuesto se desglosa en cuatro partes:

- En primer lugar, los costes del personal que ha realizado el proyecto. En este caso, del trabajo realizado por el alumno y el tutor. Se calcula multiplicando el número de horas empleadas en la realización del proyecto por el coste de la hora trabajada.

El número de horas trabajadas por el alumno es el calculado en el apartado de planificación temporal. En el caso del tutor, el número de horas se estima en función de las tutorías, revisiones y consultas sobre el desarrollo del proyecto.

- En segundo lugar, los costes de los programas usados tanto en la generación del script (Abaqus y Brackets) como en la realización de la memoria (paquete de programas de Microsoft).

El programa Brackets es un software libre por lo que supone un coste nulo en el presupuesto. En cambio, los programas de Microsoft y Abaqus se compran estimando un período de amortización del precio de compra de unos 24 meses para ambos casos.

- En tercer lugar, los equipos utilizados. Se ha trabajado con un ordenador portátil de la marca "msi", modelo CX61 2PC. Se considera un período de amortización del precio de compra de 24 meses.
- Por último, el material de oficina empleado en el desarrollo y presentación del proyecto.

En la Tabla 7.1 se muestra el presupuesto desglosado y el coste total de la realización del proyecto.

Tabla 7.1. Presupuesto del proyecto desglosado

PERSONAL				
Descripción	Profesión	Horas de trabajo (h)	Coste (€/h)	Coste Total (€)
Tutor	Ingeniero	35	25	875
Alumno	Estudiante de ingeniería	324	12	3.888
PROGRAMAS				
Descripción	Precio (€)	Período de uso (meses)	Período de amortización (meses)	Coste Total (€)
Abaqus/Cae	6000	5	24	1.250
Brackets	Software Libre	-	-	-
Paquete Microsoft: Word, Excel, Visio, Project	1318	5	24	274,58
EQUIPO				
Descripción	Precio (€)	Período de uso (meses)	Período de amortización (meses)	Coste Total (€)
Ordenador: msi CX61 2PC	695	5	24	144,79
MATERIAL OFICINA				
Descripción				Coste Total (€)
Papelería, impresión, encuadernación				30
TOTAL COSTES				6.462,37

Capítulo 8. Bibliografía

- [1] Boeing, «Boeing 787 Design,» 1995-2017. [En línea]. Available: <http://www.boeing.com/commercial/787/by-design/#/advanced-composite-use>. [Último acceso: Abril 2017].
- [2] E. Giner, A. Vercher, M. Marco y C. Arango, «Estimation of the reinforcement factor for calculating the transverse stiffness with the Halpin-Tsai equations using the finite element method,» *Composite Structures*, vol. 124, pp. 402-408, 2015.
- [3] A. Miravete y L. Castejón, «Materiales Compuestos,» *Temas De Disseny*, nº 20, p. 17, 2002.
- [4] D. R. Askeland, *Ciencia e Ingeniería de los Materiales*, PARANINFO, 2001.
- [5] A. K. Kaw, *Mechanics of composite materials*, Taylor & Francis Group, 2006.
- [6] C. E. d. Costa, F. V. López y J. M. T. Castelló, «Materiales Compuestos de matriz metálica. I parte. Tipos, propiedades, aplicaciones,» *Revista de Metalurgia*, nº 36, pp. 179-192, 2000.
- [7] M. P. Groover, «Fundamentos de manufactura moderna,» McGraw-Hill, 2007.
- [8] R. F. Gibson, *Principles of composite material mechanics*, Michigan: McGraw-Hill, 1994.
- [9] D. Gay, S. V. Hoa y S. W. Tsai, *Composite Materials. Design and Applications*, CRC, 2003.

- [10] S. K. García Castillo, «Tesis Dcotoral: Análisis de laminados de materiales compuestos con precarga en su plano y sometidos a impacto,» Universidad Carlos III de Madrid, Leganés, 2007.
- [11] J. William D. Callister, *Materials Science and Engineering. An Introduction*, John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [12] W. F. Smith y J. Hashemi, *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*, McGraw-Hill, 2006.
- [13] X. Liu, Z. Wu y W. Liu, «Dielectric property of unidirectional triangle-shape carbon fiber reinforced polymeric composites,» *Journal of Composite Materials*, vol. 48, nº 9, pp. 1143-1151, 2013.
- [14] R. G. Budynas y J. Keith Nisbett, «Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley,» McGraw-Hill, 2008.
- [15] DASSAULT SYSTEMES, «ABAQUS UNIFIED FEA,» [En línea]. Available: <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/simulia/productos/abaqus/>. [Último acceso: Abril 2017].
- [16] Adobe, «Brackets,» [En línea]. Available: <http://brackets.io/>. [Último acceso: Mayo 2017].
- [17] Python Software Foundation, «Python,» 2001-2017. [En línea]. Available: <https://www.python.org/>. [Último acceso: Mayo 2017].
- [18] A. Casado Chacon, «Composite Materials,» Silesian University of Technology and University Carlos III de Madrid, Gliwice, 2012.

- [19] D. Hull y T. W. Clyne, *An Introduction to Composite Materials*, Cambridge University Press, 1996.
- [20] B. S. Marco, «MCLibre - Material Curricular Libre,» [En línea]. Available: <http://www.mclibre.org/consultar/python/>. [Último acceso: Marzo 2017].
- [21] B. Harris, *Engineering composite materials*, London: The Institute of Materials, 1999.
- [22] G. v. Rossum, «El tutorial de Python,» Python Software Foundation, 2009.
- [23] X. L. W. L. J. Z. W. Z. R. Wang, «The mechanical properties and absorbing properties of triangle section carbon fibers-reinforced polymer composites,» Harbin Institute of Technology, Harbin, 2009.
- [24] «Materiales compuestos de matriz polimérica reforzados con fibra de vidrio,» *Cimbra*, pp. 42-52, 2010.
- [25] SIMULIA, «Abaqus/CAE 6.12 User's Manual,» 2012. [En línea]. Available: https://things.maths.cam.ac.uk/computing/software/abaqus_docs/docs/v6.12/pdf_books/CAE.pdf. [Último acceso: Mayo 2017].

ANEXO A

Tabla 9.1. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras circulares en distribución cuadrada y hexagonal


Fracción de Volumen de Fibra, V_f	Fibras de Sección Circular 			
	Módulo de Young Transversal, E_2 [GPa]		Factor de Refuerzo Transversal, ζ_{E_2}	
	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
0,05	5,9	5,9	2,67	2,55
0,1	6,5	6,5	1,98	1,82
0,15	7,3	7,1	1,73	1,48
0,2	8,1	7,7	1,63	1,29
0,25	9,0	8,4	1,60	1,17
0,3	10,2	9,2	1,62	1,10
0,35	11,6	10,2	1,67	1,05
0,4	13,4	11,3	1,74	1,03
0,45	15,5	12,7	1,84	1,02
0,5	18,1	14,4	1,94	1,03
0,55	21,5	16,4	2,08	1,05
0,6	25,9	19,1	2,26	1,08
0,65	32,1	22,6	2,51	1,13
0,7	41,3	27,4	2,95	1,20

Tabla 9.2. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras triangulares en distribución cuadrada y hexagonal


Fracción de Volumen de Fibra, V_f	Fibras de Sección Triangular 			
	Módulo de Young Transversal, E_2 [GPa]		Factor de Refuerzo Transversal, ζ_{E_2}	
	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
0,05	6,0	6,0	3,25	3,06
0,1	6,9	6,7	2,62	2,31
0,15	7,8	7,5	2,45	1,99
0,2	8,9	8,3	2,44	1,84
0,25	10,4	9,3	2,55	1,78
0,3	12,2	10,6	2,74	1,81
0,35	14,8	12,2	3,09	1,91
0,4	18,8	14,4	3,84	2,10

Tabla 9.3. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras cuadradas en distribución cuadrada y hexagonal


Fracción de Volumen de Fibra, V_f	Fibras de Sección Cuadrada 			
	Módulo de Young Transversal, E_2 [GPa]		Factor de Refuerzo Transversal, ζ_{E_2}	
	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
0,05	6,0	6,0	3,24	3,08
0,1	6,8	6,7	2,57	2,29
0,15	7,8	7,4	2,39	1,97
0,2	8,8	8,2	2,31	1,77
0,25	10,1	9,2	2,36	1,68
0,3	11,6	10,2	2,38	1,62
0,35	13,4	11,5	2,44	1,62
0,4	15,4	13,0	2,51	1,63
0,45	17,9	14,9	2,56	1,66
0,5	20,8	17,3	2,62	1,72
0,55	24,2	20,0	2,66	1,76
0,6	28,2	23,5	2,67	1,81
0,65	33,0	27,6	2,66	1,84
0,7	39,1	32,5	2,65	1,80

Tabla 9.4. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras pentagonales en distribución cuadrada y hexagonal



Fracción de Volumen de Fibra, V_f	Fibras de Sección Pentagonal 			
	Módulo de Young Transversal, E_2 [GPa]		Factor de Refuerzo Transversal, ζ_{E_2}	
	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
0,05	5,9	5,9	2,92	2,73
0,1	6,6	6,5	2,18	1,97
0,15	7,4	7,2	1,96	1,61
0,2	8,3	7,9	1,85	1,43
0,25	9,4	8,7	1,86	1,33
0,3	10,8	9,5	1,92	1,26
0,35	12,3	10,6	1,98	1,23
0,4	14,3	11,9	2,09	1,23
0,45	16,8	13,5	2,22	1,25
0,5	19,9	15,5	2,38	1,29
0,55	23,9	18,1	2,60	1,37
0,6	30,0	21,5	3,02	1,47

Tabla 9.5. Módulo de Young transversal y factor de refuerzo para fibras hexagonales en distribución cuadrada y hexagonal

Fracción de Volumen de Fibra, V_f	Fibras de Sección Hexagonal 			
	Módulo de Young Transversal, E_2 [GPa]		Factor de Refuerzo Transversal, ζ_{E_2}	
	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal	Distribución Cuadrada	Distribución Hexagonal
0,05	5,9	5,9	2,84	2,71
0,1	6,6	6,5	2,10	1,91
0,15	7,4	7,1	1,85	1,57
0,2	8,2	7,8	1,77	1,38
0,25	9,2	8,5	1,73	1,24
0,3	10,5	9,4	1,77	1,16
0,35	12,0	10,3	1,83	1,11
0,4	13,9	11,5	1,92	1,08
0,45	16,2	12,9	2,04	1,07
0,5	19,0	14,6	2,16	1,09
0,55	22,9	16,9	2,37	1,14
0,6	28,9	19,9	2,81	1,21